

## Parciális differenciálegyenletek feladatok I.

Az alábbi feladatokban meg kell határozni azt az  $u(x, t)$  függvényt melyre:

1.  $4u_t - u_{xx} \equiv 0, x \in [0, \frac{1}{2}],$   
 $u(x, 0) = \cos^2 x \sin^3 2x$   
 $u(0, t) = u(\frac{1}{2}, t) = 0$
2.  $u_t = u_{xx}, x \in [0, \pi],$   
 $u(x, 0) = 4\sin(3x)$   
 $u(0, t) = u(\pi, t) = 0$
3.  $2u_t - 8u_{xx} \equiv 0, x \in [0, \pi]$   
 $u(x, 0) = 2\sin^2 2x \cos 2x \sin 4x$   
 $u(0, t) = u(\pi, t) = 0$
4.  $u_t = u_{xx}, x \in [0, 1]$   
 $u(x, 0) = \begin{cases} 0 & \text{ha } 0 \leq x < \frac{1}{3} \\ 1 & \text{ha } \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \\ 0 & \text{ha } \frac{2}{3} \leq x < \frac{1}{2} \end{cases}$   
 $u(0, t) = u(1, t) = 0$
5.  $u_t = u_{xx}, x \in [0, 1]$   
 $u(x, 0) = x(1 - x)$   
 $u(0, t) = u(1, t) = 0$

### Rezgő húr egyenlete

Oldja meg a következő rezgő húrra vonatkozó kezdeti érték problémákat Fourier-sorfejtés segítségével:

1. 
$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0; x \in [0, 1] \\ u(x, 0) = \frac{1}{10} \cos(2\pi x) \sin(3\pi x); \\ u_t(x, 0) = \frac{1}{50} \cos(\pi x) \sin(2\pi x); \\ u(0, t) = u(1, t) = 0. \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} u_{tt} - 4u_{xx} = 0; x \in [0, \pi] \\ u(x, 0) = 0; \\ u_t(x, 0) = \sin(3x); \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0; x \in [0, 2] \\ u(x, 0) = \begin{cases} \frac{1}{40}x, & \text{ha } x \in [0, 1] \\ \frac{1}{40} - \frac{1}{40}x & \text{ha } x \in [1, 2] \end{cases} \\ u_t(x, 0) = 3\sin(\pi x); \\ u(0, t) = u(2, t) = 0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0; x \in [0, \pi] \\ u(x, 0) = \begin{cases} x, & \text{ha } x \in [0, \frac{\pi}{4}] \\ \frac{\pi}{2} - x, & \text{ha } x \in [\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}] \\ x - \pi & \text{ha } x \in [\frac{3\pi}{4}, \pi] \end{cases} \\ u_t(x, 0) = 0; \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0. \end{cases}$$

Oldja meg az alábbi kezdetiérték feladatokat:

1.  $u_{tt} - \frac{16}{9}u_{xx} = 0$ ,  $u(x, 0) = \sin(2x)$ ,  $u_t(x, 0) = \cos(x) \cos(3x)$ .
2.  $u_{tt} - \frac{4}{25}u_{xx} = 0$ ,  $u(x, 0) = \cos(2x)$ ,  $u_t(x, 0) = \sin(x) \sin(3x)$ .
3.  $u_{tt} - \frac{1}{4}u_{xx} = 0$ ,  $u(x, 0) = e^{4x+3}$ ,  $u_t(x, 0) = \cos(5x)^5$ .