

MATEMATIKA A2A VEKTORFÜGGVÉNYEK – ÉPÍTŐMÉRNÖKÖKNEK

14. Gyakorlat

1. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = x + y + z$ hármasintegrálját a

$$D = \{(x, y, z) \mid x, y, z > 0, x + y + z < 1\}$$

tartományon!

2. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = e^{x^2+y^2}$ hármasintegrálját a

$$D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}$$

tartományon!

3. Határozzuk meg a $z = x^2 + y^2$ és a $z = 2 - x^2 - y^2$ felületek által határolt tartomány térfogatát!

4. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = xyz$ hármasintegrálját a

$$D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x, y, z > 0\}$$

tartományon!

5. Tekintsük a $D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ tartományt az $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ sűrűségfüggvénnyel. Határozzuk meg D tömegét!

Gyakorlófeladatok.

1. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = z$ függvény integrálját az $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ és $x + 2y + 3z = 6$ síkok által határolt tartományon!

2. Határozzuk meg $\iiint_D f \, dV$ értékét!

(a) $f(x, y, z) = x^2$, $D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, 1 \leq z \leq 2\}$

(b) $f(x, y, z) = e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$, $D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$

3. Tekintsük az 5. feladatbeli D tartományt. Egy 1 egység átmérőjű z szimmetriatengelyű fúróval átfúrjuk D -t. Határozza meg a maradék térfogatát!

4. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = \sqrt{1 + (x^2 + y^2)^2}$ függvény integrálját az $x^2 + y^2 = 100$ henger, $z = x^2 + y^2$ forgáspároloid és az xy koordinátasík által határolt tartományon!