

MATEMATIKA A2A VEKTORFÜGGVÉNYEK – ÉPÍTŐMÉRNÖKÖKNEK

13. Gyakorlat

1. Térjünk át polárkoordinátákra, és számítsuk ki az alábbi integrálokat!

$$(a) \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} 1 \, dy \, dx$$

$$(b) \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \cos(x^2 + y^2 + 1) \, dx \, dy$$

2. Számítsuk ki az $\iint_T f \, dA$ integrált!

$$(a) T = \{(x, y) | (x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 2\}, \quad f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$(b) T = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, x \geq 0\}, \quad f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$$

3. Legyen T egy tartomány az xy -sík első síknegyedében, amelyet az $xy = 1$, $xy = 9$ hiperbolák és az $y = x$, $y = 4x$ egyenesek határolnak. Használjuk az $x = \frac{u}{v}$, $y = uv$, $u > 0$, $v > 0$ transzformációt az

$$\iint_T \left(\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{xy} \right) \, dx \, dy$$

integrál átírásához egy megfelelő G tartományra az uv -síkon! Számítsuk ki az integrált!

4. Határozzuk meg a $T = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2, y \geq 0\}$ tartományt lefedő homogén síklemez tömegközéppontjának koordinátáit!

5. Határozzuk meg az $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$ felület xy sík feletti részének felszínét!

Gyakorlófeladatok.

1. Számítsuk ki az $\iint_T f \, dA$ integrált!

$$(a) T = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}, \quad f(x, y) = e^{x^2 + y^2}$$

$$(b)^* T = \{(x, y) | \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1\}, \quad f(x, y) = |2xy|$$

$$(c) T = \{(x, y) | x \leq y \leq 2x, 1 \leq xy \leq 2\}, \quad f(x, y) = 1$$

2* Határozzuk meg a $z = 1 - 2x^2 - y^2$ felület $z \geq 0$ része és az xy -sík által határolt térrész térfogatát!

3. Határozzuk meg az $f(x, y) = xy$, $T = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ felület felszínét!