

MATEMATIKA A2A VEKTORFÜGGVÉNYEK – ÉPÍTŐMÉRNÖKÖKNEK

12. Gyakorlat

1. Számítsuk ki az alábbi téglalapon vett integrálokat!

(a) $\int_1^2 \int_0^1 x + y \, dx \, dy$

(b) $\int_0^1 \int_{-1}^1 \sin y \, dx \, dy$

(c) $\int_0^1 \int_0^1 \frac{x^2}{1+y^2} \, dx \, dy$

2. Számítsuk ki az alábbi normáltartományon vett integrálokat!

(a) $\int_1^{\ln 8} \int_0^{\ln y} e^{x+y} \, dx \, dy$

(b) $\int_0^\pi \int_0^x x \sin x \, dy \, dx$

(c) $\int_0^\pi \int_x^\pi \frac{\sin y}{y} \, dy \, dx$

(d) $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{x}}^2 \frac{1}{y^4+1} \, dy \, dx$

3. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^2 + 2y$ függvény integrálját az $A(1, 1)$, $B(0, 3)$, és $C(3, 0)$ pontok által határolt háromszögen!

4. Számítsuk ki az alábbi improprius kettős integrálokat!

(a) $\int_1^\infty \int_{e^{-x}}^1 \frac{1}{x^3 y} \, dy \, dx$

(b) $\int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{(x^2+1)(y^2+1)} \, dx \, dy$

Gyakorlófeladatok.

1. Vázzuk fel az integrálási tartományt, majd határozzuk meg az alábbi kettős integrálok értékét!

(a) $\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 e^{-x-y} \, dx \, dy$

(b) $\int_0^1 \int_0^1 (\sqrt{x} + y)^2 \, dx \, dy$

(c) $\int_0^1 \int_0^{y^2} 3y^3 e^{xy} \, dx \, dy$

(d) $\int_0^{2\sqrt{\ln 3}} \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{\ln 3}} e^{x^2} \, dx \, dy$

2. Határozzuk meg a térfogatát annak az éknek, amelyet a $z = 12 - 3y^2$ henger és az $x + y = 2$ sík vág ki az első tényolcaddból!

3. Az ebben a feladatban szereplő integrálok, ill. ezek összegei, xy -síkbeli tartományok területét adják. Vázoljuk fel a tartományokat, adjuk meg a határológörbét és a metszéspontokat! Majd számítsuk ki az integrálokat!

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\sin x}^{\cos x} 1 \, dy \, dx$

(b) $\int_{-1}^0 \int_{-2x}^{1-x} 1 \, dy \, dx + \int_0^2 \int_{-\frac{x}{2}}^{1-x} 1 \, dy \, dx$