

MATEMATIKA A2A VEKTORFÜGGVÉNYEK – ÉPÍTŐMÉRNÖKÖKNEK

10. Gyakorlat

1. Léteznek az alábbi határértékek? Amennyiben igen, állapítsuk meg értéküket!

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0), x \neq y} \frac{x-y+2\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{|xy|}$

2. Adjuk meg az $f(x, y) = 2xy - 3y^2$ függvény $(4, 3)$ irány menti deriváltját a $P_0 = (2, 1)$ pontban!

3. Határozzuk meg az alábbi függvények parciális deriváltjait!

(a) $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$

(b) $f(x, y) = e^{xy} \ln y$

4. Határozzuk meg az $f(x, y) = \ln(x + y^2)$ összes másodrendű parciális deriváltját!

5. Adjuk meg azokat az irányokat, amelyekben az $f(x, y) = x^2 - y^2$ függvény a $P_0 = (1, 1)$ pontban a leggyorsabban növekszik, illetve csökken!

6. Számítsuk ki a $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ felület $P_0 = (0, 0, 2)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét!

Gyakorlófeladatok.

1. Legyen $f(x, y) = \sqrt{y - x}$. Adjuk meg a függvény értelmezési tartományát, határozzuk meg az értékkészletét, valamint adjuk meg a szintvonalakat!

2. Léteznek az alábbi határértékek? Amennyiben igen, állapítsuk meg értéküket!

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \cos \sqrt[3]{|xy| - 1}$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4}{x^4 + y^2}$

3. Lássuk be, hogy az $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ a $D = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ tartományon megoldja a

$$\Delta f := \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

Laplace-egyenletet!

4. Legyen $f(x, y) = y - x^2$. Adjuk meg a gradienst a $P_0 = (2, 1)$ pontban, azután vázoljuk fel a gradienst és azt a szintvonalat, amely az adott ponton átmegy!
- 5*. Mutassuk meg, hogy az $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ függvénynek nem létezik a $P_0 = (0, 0)$ pontban iránymenti deriváltja $(1, 1)$ irányban!