

MATEMATIKA A2A VEKTORFÜGGVÉNYEK – ÉPÍTŐMÉRNÖKÖKNEK

9. Gyakorlat

1. Határozzuk meg az alábbi mátrixok (valós) sajátértékeit, sajátvektorait!

$$(a) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 10 & -9 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Döntsük el, hogy az

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

diagonalizálható-e! Ha igen, akkor keressük meg azt a Q mátrixot, amely diagonalizálja az A -t, majd határozzuk meg a $Q^{-1}AQ$ -t. Adjuk meg A^{10} mátrixot!

3. Állapítsuk meg, hogy a $4x^2 - 20xy + 25y^2 - 15x - 6y = 0$ egyenlet milyen görbét határoz meg a síkon, majd ábrázoljuk is!

Gyakorlófeladatok.

1. Határozzuk meg az alábbi mátrixok sajátértékeit!

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 23 & 6 & -4 \end{bmatrix}, \quad T = \{\text{az } y = -x \text{ egyenesre tükrözés mátrixa}\}$$

- 2* Legyen

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

az origó körüli α -szögű forgatás mátrixa. Határozzuk meg (komplex) sajátértékeit! A geometriai szemléletünk segítségével magyarázzuk meg, miért nem lehet valós sajátértéke!

3. Döntsük el, hogy az

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

diagonalizálható-e! Ha igen, akkor keressük meg azt a P mátrixot, amely diagonalizálja az A -t, majd határozzuk meg a $P^{-1}AP$ -t és ennek segítségével adjuk meg A^{10} mátrixot!

4. Állapítsuk meg, hogy a $2x^2 + 2y^2 - 2xy = 1$ egyenlet milyen görbét határoz meg a síkon, majd ábrázoljuk is!
5. Állapítsuk meg, hogy a $21x^2 + 6xy - 13y^2 - 114x - 34y + 73 = 0$ egyenlet milyen görbét határoz meg a síkon, majd ábrázoljuk is!