

MATEMATIKA A2A VEKTORFÜGGVÉNYEK – ÉPÍTŐMÉRNÖKÖKNEK

8. Gyakorlat

1. Tekintsük az \mathbb{R}^3 vektorteret az euklideszi skalárszorzzattal ellátva. Határozzuk meg az $u = (4, 1, 8)$ és a $v = (1, 0, -3)$ vektorok által bezárt szög koszinuszát!

2. Tekintsük az \mathbb{R}^3 vektorteret az euklideszi skalárszorzzattal ellátva. Döntsük el, hogy a

$$v_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \quad v_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}} \right), \quad v_3 = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

vektorok ortonormált rendszert alkotnak-e!

3. A Gram-Schmidt módszerrel alakítsuk az $u_1 = (1, 1, 1)$, $u_2 = (-1, 1, 0)$, $u_3 = (1, 2, 1)$ rendszert \mathbb{R}^3 ortonormált bázisává!

4. Tekintsük \mathbb{R}^2 $B = \{(1, 0), (0, 1)\}$ és $B' = \{(2, 1), (-3, 4)\}$ bázisát.

(a) Keressük meg a B' -ből B -be való bázisátmenet mátrixát!

(b) Keressük meg a B -ből B' -be való bázisátmenet mátrixát!

(c) Amennyiben $[w]_B = (3, -5)$, számítsuk ki $[w]_{B'}$ -t!

5. Írjuk fel a $v = (2, -1, 3)$ vektor koordinátáit a

$$v_1 = (1, 0, 0), \quad v_2 = (2, 2, 0), \quad v_3 = (3, 3, 3)$$

bázisban!

6. Határozzuk meg \mathbb{R}^2 természetes bázisában az $y = x$ egyenesre tükrözés mátrixát!

7. Határozzuk meg \mathbb{R}^2 -ben a 45° -al való forgatás mátrixát a $B = \{(1, 1), (2, 0)\}$ bázisban!

Gyakorlófeladatok.

1. Határozzuk meg, hogy az alábbi mátrixok ortogonálisak-e! (Azaz, hogy az oszlopaik ortonormált vektorrendszert alkotnak-e.)

$$(a) \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

2. Határozzuk meg \mathbb{R}^3 -ben az $x + y + z = 0$ sík egy ortonormált bázisát!
3. Határozzuk meg \mathbb{R}^3 természetes bázisában az x, y síkra vetítés mátrixát!
4. Határozzuk meg \mathbb{R}^3 természetes bázisában a z -tengely körüli 60° -os forgatás mátrixát!
Számítsuk ki a $P(1, 1, 1)$ pont e forgatás általi képét!