# Matematika A2a Vektorfüggvények – építőmérnököknek

## 6. Gyakorlat

1. Határozzuk meg, hogy az alábbi halmazok közül melyek alkotnak vektorteret a szokásos műveletekkel! A vektorterek esetében határozzunk meg egy bázist is!

   (a) $\mathbb{R}^3$ azon vektorai, ahol a második koordináta 1.

   (b) A másodfokú valós együtthatós polinomok.

   (c) A legfeljebb másodfokú valós együtthatós polinomok.

   (d) Azok a legfeljebb másodfokú $p$ polinomok, amelyekre $p(0) = 2$.

   (e) A $2 \times 2$ valós elemű mátrixok.

2. Döntsük el, hogy az alábbi vektorok lineárisan függetlenek-e, generátorrendszert alkotnak-e, valamint bázist alkotnak-e ($\mathbb{R}^3$-ben)!

   (a) $v_1 = (1, 2, 3)$, $v_2 = (4, 3, 1)$

   (b) $v_1 = (1, 2, 3)$, $v_2 = (1, 3, -1)$, $v_3 = (5, -1, -1)$

   (c) $v_1 = (1, 2, 3)$, $v_2 = (1, 3, -1)$, $v_3 = (2, 5, 2)$

3. Határozzuk meg $\mathbb{R}^3$ alábbi altereinek egy bázisát!

   (a) Az $x - y = 0$ egyenletű sík.

   (b) Az $x = 2t$, $y = -t$, $z = 4t$ egyenletrendszerű egyenes.

4. Határozzuk meg $\mathbb{R}^4$ az alábbi vektorok által kifeszített alterének egy bázisát!

$$v_1 = (1, 1, -4, -3), \quad v_2 = (2, 0, 2, -2), \quad v_3 = (2, -1, 3, 2)$$

**Gyakorlófeladatok.**

1. Határozzuk meg, hogy az alábbi halmazok közül melyek alkotnak vektorteret a szokásos műveletekkel! Ahol vektorteret kaptunk, határozzunk meg egy bázist is!

   (a) $\mathbb{R}^3$ azon vektorai, ahol a koordináták összege 0.

   (b) A $2 \times 2$-es, valós szimmetrikus mátrixok.

   (c) A $2 \times 2$-es, valós szimmetrikus mátrixok, amelyekben nincsen 0.

2. Mutassuk meg, hogy a

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ -12 & -14 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

mátrixok bázist alkotnak a $2 \times 2$-es valós mátrixok vektorterében!

3. Mutassuk meg, hogy a $v_1 = (0, 3, 1, -1)$, $v_2 = (6, 0, 5, 1)$, $v_3 = (4, -7, 1, 3)$ vektorok lineárisan összefüggő rendszert alkot $\mathbb{R}^4$-ben! Írjuk fel mindhárom vektort a másik kettő lineáris kombinációjaként!

4. Határozzuk meg $\mathbb{R}^4$ az alábbi vektorok által kifeszített alterének egy bázisát!

$$v_1 = (1, 1, 0, 0), \quad v_2 = (0, 0, 1, 1), \quad v_3 = (-2, 0, 2, 2), \quad v_4 = (-3, -1, 3, 3)$$

5. Határozzuk meg, hogy a $b$ vektor benne van-e az $A$ mátrix oszlopvektorai által kifeszített térben! Ha benne van, akkor fejezzük ki $b$-t az oszlopvektorok lineáris kombinációjaként!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$