

# MATEMATIKA A2A VEKTORFÜGGVÉNYEK – ÉPÍTŐMÉRNÖKÖKNEK

## 2. Gyakorlat

1. Adjuk meg az alábbi hatványsorok konvergenciaintervallumát!

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} 5^n x^n$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{n+2}$

(d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n)!}$

(e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2+3}}$

2. Az  $x$  változó mely értékeire konvergens a

$$1 - \frac{1}{2}(x-3) + \frac{1}{4}(x-3)^2 + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n (x-3)^n + \dots$$

sor? Mi a sor összege? Deriváljuk le ezt a sort tagonként, és vizsgáljuk meg, hogy az így kapott sor  $x$  mely értékeire konvergens!

3. Határozzuk meg az  $f$  által generált  $x_0$  körüli Taylor-sort!

(a)  $f(x) = x^3 - 5x + 1, x_0 = 0$

(b)  $f(x) = e^x, x_0 = 0$  és  $x_0 = 2$

(c)  $f(x) = xe^x, x_0 = 0$

(d)  $f(x) = \frac{1}{x^2-2x-3}, x_0 = 0, x \in (-1, 1)$

(e)  $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}, x_0 = 0, x \in (-1, 1)$

(f)  $f(x) = \ln(1+x), x_0 = 0, x \in (-1, 1)$

### Gyakorlófeladatok.

1. Adjuk meg az alábbi hatványsorok konvergenciaintervallumát!

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!} x^n$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2+1}$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{\sqrt{n^2+3}}$

2. Határozzuk meg az  $f$  által generált  $x_0$  körüli Taylor-sort!

(a)  $f(x) = \frac{1}{x^2}, x_0 = 1$

(b)  $f(x) = \operatorname{arctg}x, x_0 = 0$

(c)  $f(x) = \cos^2 x, x_0 = 0$  (segítség: használjuk  $\cos x = \frac{1+\cos 2x}{2}$  linearizációs formulát!)

(d)  $f(x) = -\frac{2x}{(1+x^2)^2}, x_0 = 0$