Matematika A2a Vektorfüggvények – építőmérnököknek

2. Gyakorlat

1. Adjuk meg az alábbi hatványsorok konvergenciaintervallumát!
   (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{n+2}$
   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n)!}$
2. Az x változó mely értékeire konvergens a
   $$1 - \frac{1}{2}(x-3) + \frac{1}{4}(x-3)^2 + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n (x-3)^n + \dots$$
   sor? Mi a sor összege? Deriváljuk le ezt a sort tagonként, és vizsgáljuk meg, hogy az így kapott sor x mely értékeire konvergens!
3. Határozzuk meg az f által generált x_0 körüli Taylor-sort!
   (a) $f(x) = e^x$, $x_0 = 0$
   (b) $f(x) = xe^x$, $x_0 = 0$
   (c) $f(x) = x^3 - 2x + 4$, $x_0 = 0$
   (d) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x_0 = 1$
   (e) $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$, $x_0 = 0$
   (f) $f(x) = \ln(1+x)$, $x_0 = 0$
4. Határozzuk meg az $f(x) = (1-x)^{-1/2}$ függvény binomiális sorának első négy tagját!
5. Határozzuk meg a $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2)}{1-\cos x}$ határértéket sorok segítségével!

Gyakorlófeladatok.

1. Adjuk meg az alábbi hatványsorok konvergenciaintervallumát!
   (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2+1}$
   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{\sqrt{n^2+3}}$
2. Határozzuk meg az f által generált x_0 körüli Taylor-sort!
   (a) $f(x) = \mathrm{arctg} x$, $x_0 = 0$

(b) $f(x) = \cos^2 x$, $x_0 = 0$ (segítség: használjuk $\cos x = \frac{1+\cos 2x}{2}$ linearizációs formulát!)

(c) $f(x) = -\frac{2x}{(1+x^2)^2}$, $x_0 = 0$

3. Határozzuk meg az $f(x) = (1 + x^3)^{-1/2}$ függvény binomiális sorának első négy tagját!