

# MATEMATIKA A1A ANALÍZIS – ÉPÍTŐMÉRNÖKÖKNEK

## 5. Gyakorlat

1. Határozzuk meg a legbővebb halmazt, amelyen invertálhatóak az alábbi függvények, és számítsuk ki az erre megszorított függvény inverzét!

(a)  $f(x) = x^2$

(b)  $f(x) = \frac{1}{2} \log(-3x - 1) - 5$

2. Ábrázoljuk az

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & -1 \leq x < 0 \\ 2x & 0 < x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ -2x + 4 & 1 < x < 2 \\ 0 & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

függvény grafikonját. Vizsgáljuk meg határérték, jobb illetve bal oldali határérték, valamint folytonosság, jobb, illetve baloldali folytonosság szempontjából az  $x = -1, 0, 1, 2$  és  $3$  helyeket. Van-e a függvénynek megszüntethető szakadása?

3. Adjuk meg  $a$  értékét úgy, hogy az

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 3 \\ 2ax & x \geq 3 \end{cases}$$

függvény mindenütt folytonos legyen.

4. Határozzuk meg az alábbi függvényhatárértékeket!

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$

## Gyakorlófeladatok.

1. Invertálható-e az  $f(x) = x^2 - 2x$  függvény, ha az értelmezési tartomány a valós számok halmaza? Ha nem, melyik az a legnagyobb  $a \in \mathbb{R}$  szám, hogy  $(-\infty, a]$ -n  $f$  még invertálható? Határozzuk meg az inverzfüggvényt, amennyiben ilyen alakú az értelmezési tartomány!
2. Ábrázoljuk az

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq -1 \\ -x & -1 < x < 0 \\ 1 & x = 0 \\ -x & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

függvény grafikonját. Vizsgáljuk meg határérték, jobb illetve bal oldali határérték, valamint folytonosság, jobb, illetve baloldali folytonosság szempontjából az  $x = -1, 0$  és  $1$  helyeket. Van-e a függvénynek megszüntethető szakadása?

3. Mely pontokban nem folytonosak az alábbi függvények? Határozzuk meg a szakadási helyek típusát is!

(a)  $f(x) = \frac{1}{x-5} + 2$

(b)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$

(c)  $f(x) = \frac{x \tan x}{x^2+1}$

4. Mi legyen  $A$  értéke, hogy az  $f$  függvény folytonos legyen az  $x = 2$  pontban is?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^3-8} & x \neq 2 \\ A & x = 2 \end{cases}$$

- 5\* Tekintsük az

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \text{ racionális} \\ 1 & \text{ha } x \text{ irracionális} \end{cases}$$

függvényt. Mutassuk meg, hogy  $f$  semelyik  $x \in \mathbb{R}$  pontban sem folytonos.

6. Számítsuk ki az alábbi függvényhatárértékeket!

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 7x}{2x}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^3-1}$