Matematika A1a Analízis – Építőmérnököknek

4. Gyakorlat

1. Határozzuk meg, hogy az alábbi sorozatok monotonak, illetve korlátosak-e!
   (a) $a_n = \frac{3n+1}{n+1}$
   (b) $a_n = \frac{6^n}{n!}$
2. Határozzuk meg az $a_n = \frac{3n-2}{n+8}$ sorozat határértékét, és a $\varepsilon = \frac{1}{10}$ hibához a legkisebb alkalmas küszöbindexet!
3. Határozzuk meg, hogy az alábbi sorozatok konvergensek-e vagy divergensek, konvergens esetben számítsuk ki a határértéket is!
   (a) $a_n = \frac{5n^3+3n+9}{4n^3+2n^2}$
   (b) $a_n = \frac{n!+n^6+3^n}{5^n+7n-1}$
   (c) $a_n = \frac{\sqrt[n]{2}}{n^2+1}$
   (d) $a_n = 1 + (-1)^n$
   (e) $a_n = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{n}\right)$
   (f) $a_n = \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$
   (g) $a_n = \left(1 + \frac{4\sqrt{n}}{n+9}\right)^{5\sqrt{n}}$
   (h) $a_n = \sqrt[n]{n^2+n}$
   (i) $a_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n}$
4. Határozzuk meg az alábbi sorozatok torlódási pontjait!
   (a) $a_n = (-1)^n\left(1 + \frac{1}{n}\right)$
   (b) $a_n = \cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)\frac{n^2+4}{2n^2-3n}$

Gyakorlófeladatok.

1. Határozzuk meg, hogy az alábbi sorozatok monotonak illetve korlátosak-e!
   (a) $a_n = n + (-1)^n n^2$
   (b) $a_n = 2 - \frac{2}{n}$

(c) $a_n = \left\{\frac{n}{2}\right\}$ ($\{\cdot\}$:törtrész)

2. Határozzuk meg az alábbi sorozatok határértékét!

   (a) $a_n = \frac{n^2+3\cdot 6^n-n!}{9n!+2\cdot 7^n}$

   (b) $a_n = \frac{1+2+\cdots+n}{n^2}$

   (c) $a_n = \frac{(-1)^n}{6n+2}$

   (d) $a_n\sqrt{\frac{5n+n^4}{8n^4+3}}$

   (e) $a_n = \left(1-\frac{1}{n^2}\right)^n$

   (f) $a_n = \left(1+\frac{3}{2^n+5}\right)^{2^n-4}$

   (g) $a_n = n-\sqrt{n^2-n}$

3. Határozzuk meg a legkisebb küszöbindexet az adott ε hibához!

   (a) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$, $\varepsilon = \frac{1}{100}$

   (b) $a_n = \frac{3^n}{3^{n+1}+2}$, $\varepsilon = 10^{-4}$