

1. FELADAT. (4+2p) Vizsgáljuk meg, hogy divergens, abszolút konvergens, vagy csak feltételesen konvergens az alábbi sor!

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k+3}{k^2+5}$$

2. FELADAT. (2+2+2p) Számoljuk ki a

$$\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1^k + 3^k x}{2^k \cdot 3^k} \right)' = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1^k + 3^k x}{2^k \cdot 3^k} \right)'$$

egyenlőség mindkét oldalának kifejezését ((.)' az x-szerinti deriválást jelenti)! Mivel magyarázhatjuk az eredményt?

3. FELADAT. (4+2p) Határozzuk meg az $s(x)$ hatványsor konvergenciasugarát! Konvergensek-e az alábbi a) ill. b) sorok?

$$s(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k-1)!}{k^k} (x-1)^k,$$

$$a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k-1)!}{k^k} (-2)^k, \quad b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k-1)!}{k^k} 5^k$$

4. FELADAT. (2+1+2+1p) Írjuk fel az

$$f(x) = \frac{1}{(e^{x^2})^{1/3}}$$

függvény $x_0 = 0$ bázispontú Taylor-sorát! Adjuk meg a sor konvergenciasugarát, az $f^{(10)}(0)$ értéket, és az $f(x)$ függvény $x_0 = 0$ ponthoz tartozó $T_2(x)$ másodfokú Taylor-polinomját!

5. FELADAT. (3+3p) Adjuk meg az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek!

$$A) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{2x+y}, \quad B) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy) \cdot x^3}{x^2+y^2}$$

1. FELADAT. (4+2p) Vizsgáljuk meg, hogy divergens, abszolút konvergens, vagy csak feltételesen konvergens az alábbi sor!

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k+2}{k^2+4}$$

2. FELADAT. (2+2+2p) Számoljuk ki az alábbi

$$\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1^k + 4^k x}{3^k \cdot 4^k} \right)' = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1^k + 4^k x}{3^k \cdot 4^k} \right)'$$

egyenlőség mindkét oldalának kifejezését ((.)' az x-szerinti deriválást jelenti)! Mivel magyarázhatjuk az eredményt?

3. FELADAT. (4+2p) Határozzuk meg az $s(x)$ hatványsor konvergenciasugarát! Konvergensek-e az alábbi a) ill. b) sorok?

$$s(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} (x-3)^k, \quad a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} (-1)^k, \quad b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} 6^k$$

4. FELADAT. (2+1+2+1p) Írjuk fel az

$$f(x) = \frac{1}{(e^{x^2})^{1/2}}$$

függvény $x_0 = 0$ bázispontú Taylor-sorát! Adjuk meg a sor konvergenciasugarát, az $f^{(12)}(0)$ értéket, és az $f(x)$ függvény $x_0 = 0$ ponthoz tartozó $T_2(x)$ másodfokú Taylor-polinomját!

5. FELADAT. (3+3p) Adjuk meg az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek!

$$A) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos(3xy) \cdot y^3}{x^2+y^2}, \quad B) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x-y}{x+y}$$