A

Analízis 2 informatikusoknak, 2. ZH

2016.04.18.
BMETE90AX22

Munkaidő: 50 perc
Max. pontszám: 30, Ponthatárok: 12– 2, 16.5– 3, 19.5– 4, 24– 5

1. Feladat. ((1+3)+2p) Az alábbi két sor közül az egyik konvergens, a másik pedig divergens.

$$A)\quad \sum_{k=2}^{\infty}(-1)^k\frac{2k}{k+1},\qquad B)\quad \sum_{k=2}^{\infty}(-1)^k\frac{2k}{k^2+1}$$

a) Igazoljuk a sorok ezen tulajdonságait! b) A konvergens sort a $k = 49$-es tagig összeadva $s_{49} = 0.44059$ adódik. Adjunk becslést arra, hogy ettől az értéktől legfeljebb mennyivel térhet el a sor összege!

2. Feladat. (3+3p) Legyen

$$s(x) = \sum_{k=2}^{\infty}\frac{\cos(5^k x)}{4^k}.$$

a) Mutassuk meg, hogy az $s(x)$ függvénysor egyenletesen konvergens az $\mathbb{R}$ halmazon! b) Igazoljuk, hogy a $\lim_{x\to 0} s(x)$ határérték létezik, és számoljuk is ki!

3. Feladat. (1+2+2+1p) Adjuk meg az alábbi hatványsor x_0 bázispontját, konvergenciasugarát és konvergencia-tartományát! Hol abszolút konvergens a hatványsor?

$$\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(x+2)^k}{k^2 2^k}$$

4. Feladat. (1+2+2+1p) Írjuk fel az

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{8-x^2}}$$

függvény $x_0 = 0$ bázispontú Taylor-sorát! Adjuk meg a sor konvergenciasugarát, az $f^{(4)}(0)$ értéket (elemi műveletekkel felírva), valamint írjuk fel az $f'(x)$ függvény Taylor-sorát is (ezt is az $x_0 = 0$ pontban)!

5. Feladat. (3+3p) Adjuk meg az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek (szükség esetén vizsgáljuk a szereplő kétváltozós függvények értékeit az $y = x$, $y = 0$ és $y^2 = x$ görbék mentén)!

$$A)\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{2xy^2}{x^2+y^4},\qquad B)\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{2xy^2}{x^2+y^2}$$

B

Analízis 2 informatikusoknak, 2. ZH

2016.04.18.
BMETE90AX22

Munkaidő: 50 perc
Max. pontszám: 30, Ponthatárok: 12– 2, 16.5– 3, 19.5– 4, 24– 5

1. Feladat. ((3+1)+2p) Az alábbi két sor közül az egyik konvergens, a másik pedig divergens.

$$A)\quad \sum_{k=4}^{\infty}(-1)^k\frac{3k}{k^2+2},\qquad B)\quad \sum_{k=4}^{\infty}(-1)^k\frac{3k}{k+2}$$

a) Igazoljuk a sorok ezen tulajdonságait! b) A konvergens sort a $k = 99$-es tagig összeadva $s_{99} = 0.35039$ adódik. Adjunk becslést arra, hogy ettől az értéktől legfeljebb mennyivel térhet el a sor összege!

2. Feladat. (3+3p) Legyen

$$s(x) = \sum_{k=3}^{\infty}\frac{\cos(4^k x)}{3^k}.$$

a) Mutassuk meg, hogy az $s(x)$ függvénysor egyenletesen konvergens az $\mathbb{R}$ halmazon! b) Igazoljuk, hogy a $\lim_{x\to 0} s(x)$ határérték létezik, és számoljuk is ki!

3. Feladat. (1+2+2+1p) Adjuk meg az alábbi hatványsor x_0 bázispontját, konvergenciasugarát és konvergencia-tartományát! Hol abszolút konvergens a hatványsor?

$$\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(x+3)^k}{k^3 3^k}$$

4. Feladat. (1+2+2+1p) Írjuk fel az

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{16-x^2}}$$

függvény $x_0 = 0$ bázispontú Taylor-sorát! Adjuk meg a sor konvergenciasugarát, az $f^{(4)}(0)$ értéket (elemi műveletekkel felírva), valamint írjuk fel az $f'(x)$ függvény Taylor-sorát is (ezt is az $x_0 = 0$ pontban)!

5. Feladat. (3+3p) Adjuk meg az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek (szükség esetén vizsgáljuk a szereplő kétváltozós függvények értékeit az $y = x$, $y = 0$ és $y^3 = x$ görbék mentén)!

$$A)\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{3xy^3}{x^2+y^6},\qquad B)\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{3xy^3}{x^2+y^2}$$