

Analízis 3 BSC, gyakorlat

4. hét

1.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{2^{|n|}(1+|n|)} \quad \text{melyik körgyűrűben konvergens?}$$

És ha $2^{|n|}$ helyett 2^n -t írunk?

2.

Írjuk fel $\frac{1}{z^2+2z}$ mindkét $z_0 = 0$ bázispontú Laurent-sorát.

$$\oint_{|z|=1} \frac{dz}{z^2+2z} = ?, \quad \oint_{|z|=3} \frac{dz}{z^2+2z} = ?$$

3. Írjuk fel a $\frac{z}{z^2+1}$ függvény $|z| < 1$, $|z| > 1$, $|z-3| < \sqrt{10}$, $|z-3| > \sqrt{10}$ tartományokon érvényes Laurent-sorát.

4.

$$\text{a) } \oint_{|z|=2} z e^{-\frac{1}{z^2}} dz; \quad \text{b) } \oint_{|z|=2} z^{19} e^{-\frac{1}{z^2}} dz; \quad \text{c) } \oint_{|z|=2} z^{-19} e^{-\frac{1}{z^2}} dz$$

5. Igazoljuk, hogy ha z^* izolált szingularitás és $\exists z_{1,n} \rightarrow z^*$, $z_{2,n} \rightarrow z^*$ hogy
 $\lim f(z_{1,n}) \neq \lim f(z_{2,n})$, létezik és véges, akkor z^* lényeges szingularitás

6.

$$\frac{e^{\frac{1}{z-1}}}{e^z - 1} \quad \text{szingularitás helyei, és azok jellege?}$$

7. Határozzuk meg a szingularitás helyeket, azok jellegét, és a residuumot:

$$\text{a) } z^2 \sin \frac{1}{z}; \quad \text{b) } \frac{1}{\sin z + \cos z}; \quad \text{c) } \frac{z^8}{1+z^4}$$