

# Analízis 3 BSC, gyakorlat

## 2. hét

1. Igazoljuk, hogy ha  $f$  a  $z_0$  pont kivételével reguláris egy  $\gamma$  zárt görbét tartalmazó tartományon, és  $\lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0)f(z) = 0$ , akkor

$$\oint_{\gamma} f(z) dz = 0.$$

2. Igazoljuk, hogy ha  $f$  reguláris egy  $\gamma$  zárt görbét tartalmazó tartományon, akkor

$$\oint_{\gamma} \frac{f(z)}{z - s} dz = 2\pi i n(\gamma, s) f(s).$$

3.

$$\oint_L \frac{\ln z}{z - i} dz, \text{ ahol } L = \begin{array}{ll} \text{a)} & (x - 5)^2 + 4(y - 1)^2 = 1 \\ \text{b)} & |z - 2i| = 15 \end{array}$$

4.

$$\text{a)} \quad \oint_{|z|=4} \frac{z^4 e^{\pi z}}{z^2 + 4} dz, \quad \text{b)} \quad \oint_{|z|=4} \frac{z^6 - z^3}{(z - 3 + i)^5}$$

5.

$$\text{a)} \quad \oint_{|z-i|+|z+i|=3} \frac{\operatorname{sh} z}{z^5 - z^4 - z + 1} dz, \quad \text{b)} \quad \oint_{|z|=2} \frac{\sin z}{z(z - i)^2} dz$$