ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név: Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A2 vizsga, 2016. Január 5.

Munkaidő: 100 perc

1. (3+3 pont) Az alábbi sorok közül melyik konvergens és melyik divergens? A konvergens sorok határértékét is számítsa ki!

$$\text{(a)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{2n-1}}{8^n}, \qquad \text{(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n e^n - e^{2n}}{e^{3n}}$$

2. (a) (3 pont) Írja fel a $\frac{\sin(2x^2)}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ Maclaurin-sor $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$ együtthatóit!
   (b) (3 pont) Írja fel az $\int_0^{0.5} \frac{\sin(2x^2)}{x}\,\mathrm{d}x$ integrált közelítő numerikus sor első négy nemnulla tagját!
3. (7 pont) Számítsa ki a következő integrálokat ($k = 0, 1, 2, 3, \dots,\ l = 0, 1, 2, 3, \dots$):

$$\int_0^{2\pi} \sin(kx)\sin(lx)\mathrm{d}x.$$

4. (a) (4 pont) Adja meg a következő egyenletrendszer teljes megoldáshalmazát Gauss-eliminációval:

$$2y + 2z = 8, \quad x + y + 2z = 9, \quad 4z = 12, \quad x + 2y + 6z = 22.$$

   (b) (3 pont) Definiálja az előjeles aldetermináns fogalmát és mondja ki a kifejtési tételt, valamint a ferde kifejtési tételt!
5. (3+4 pont) Keresse meg az $\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 3/5 & 0 & -4/5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4/5 & 0 & -3/5 \end{pmatrix}$ sajátértékeit és keressen egy olyan $\underline{\underline{P}}$ ortogonális mátrixot, amire $\underline{\underline{P}}^T \underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{P}} = \underline{\underline{D}}$, ahol $\underline{\underline{D}}$ az a diagonális mátrix, aminek a főátlóbeli elemei az $\underline{\underline{A}}$ sajátértékei.
6. (1+2+3 pont) Mondja ki a Young-tételt! Legyen

$$f(x,y) = x\ln(xy), \qquad g(x,y) = \frac{\partial}{\partial x} f(x,y), \qquad h(x,y) = \frac{\partial}{\partial y} f(x,y).$$

   Számítsa ki a $g(x,y)$ és $h(x,y)$ függvényeket. Számítsa ki a $\frac{\partial}{\partial x} h(x,y)$ és a $\frac{\partial}{\partial y} g(x,y)$ parciális derivátakat és ezáltal demonstrálja, hogy a Young-tétel állítása teljesül f-re.
7. (7 pont) Keressük meg az $f(x,y) = x^2 + 2y^2$ függvény maximumát és minimumát az $x^2 + y^2 = 9$ egyenlettel megadott körön a Lagrange-féle multiplikátor-módszer segétségével!
8. (7 pont) Számítsa ki az $\{\,(x,y,z) : x,y,z \ge 0,\ x + y + \frac{1}{2}z \le 1\,\}$ egyenletű test térfogatát.
9. (7 pont) Számítsa ki az $f(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ függvény hármasintegrálját a

$$D = \{\,(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 \le 100\,\}$$

   tartományon.