D csoport

1	2	3	4	össz

Építőmérnöki BSc szak, Matematika A2, 2. ZH., 2015. November 26., 15.10-15.55.

Név: .... Neptun kód: ....

Karikázza be, hogy melyik gyakorlatra jár:

- E1 gyak; Kói Tamás; Hétfő 8-tól (K376)
- E2 gyak; Bakos István; Kedd 8-tól (K373)
- E4 gyak; Kolossváry István; Csütörtök 8-tól (K372)

1. (5 pont) Határozza meg a következő mátrix determinánsát Gauss-eliminációval:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

   Csak a Gauss-eliminációval kiszámolt eredményért jár pont!

2. (a) (2 pont) Definiálja a $T : V \to W$ lineáris leképezés esetén a következő fogalmakat: magtér, képtér, rang, nullitás.

   (b) (3 pont) Legyen $B = \{\underline{v}_1, \underline{v}_2\}$ és $B' = \{\underline{w}_1, \underline{w}_2\}$ az $\mathbb{R}^2$ vektortér két bázisa:

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \underline{w}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{w}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

   Legyen továbbá $\underline{v} = \alpha_1\underline{v}_1 + \alpha_2\underline{v}_2$ és $\underline{v} = \beta_1\underline{w}_1 + \beta_2\underline{w}_2$. Fejezze ki az α_1 és α_2 koordinátákat a β_1 és β_2 koordináták segítségével.

3. (a) (4 pont) Legyen

$$\underline{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

   Alakítsa az $\mathbb{R}^3$ vektortér $\underline{b}_1, \underline{b}_2, \underline{b}_3$ bázisát Gram-Schmidt-ortogonalizáció segítségével az ortonormált $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3$ bázissá.

   (b) (1 pont) Számítsa ki az $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3$ oszlopvektorokból összerakott $\underline{\underline{B}}$ mátrix inverzét.

4. (a) (3 pont) Diagonalizálja az $\underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ mátrixot, azaz keressen olyan invertálható $\underline{\underline{Q}}$ mátrixot és diagonális $\underline{\underline{D}}$ mátrixot, amikre $\underline{\underline{Q}}^{-1}\underline{\underline{C}}\underline{\underline{Q}} = \underline{\underline{D}}$.

   (b) (2 pont) Számítsa ki az $\underline{\underline{C}}^{2015}$ mátrixot!