

C csoport

1	2	3	4	össz

Építőmérnöki BSc szak, Matematika A2, 2. ZH., 2015. November 26., 15.10-15.55.

Név: Neptun kód:

Karikázza be, hogy melyik gyakorlatra jár:

- E1 gyak; Kói Tamás; Hétfő 8-tól (K376)
- E2 gyak; Bakos István; Kedd 8-tól (K373)
- E4 gyak; Kolossváry István; Csütörtök 8-tól (K372)

1. (5 pont) Határozza meg a következő mátrix determinánsát Gauss-eliminációval:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Csak a Gauss-eliminációval kiszámolt eredményért jár pont!

2. (a) (1+1 pont) Definiálja a „lineáris függetlenség” és a „generátorrendszer” fogalmát!
(b) (3 pont) Legyen $B = \{\underline{v}_1, \underline{v}_2\}$ és $B' = \{\underline{w}_1, \underline{w}_2\}$ az \mathbb{R}^2 vektortér két bázisa:

$$\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \underline{w}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{w}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Legyen továbbá $\underline{v} = \alpha_1 \underline{v}_1 + \alpha_2 \underline{v}_2$ és $\underline{v} = \beta_1 \underline{w}_1 + \beta_2 \underline{w}_2$. Fejezze ki a β_1 és β_2 koordinátákat az α_1 és α_2 koordináták segítségével.

3. (a) (4 pont) Legyen

$$\underline{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Alakítsa az \mathbb{R}^3 vektortér $\underline{b}_1, \underline{b}_2, \underline{b}_3$ bázisát Gram-Schmidt-ortogonalizáció segítségével az ortonormált $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3$ bázissá.

- (b) (1 pont) Számítsa ki az $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3$ oszlopvektorokból összerakott \underline{A} mátrix inverzét.

4. (a) (3 pont) Diagonalizálja az $\underline{A} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ mátrixot, azaz keressen olyan invertálható

\underline{Q} mátrixot és diagonális \underline{D} mátrixot, amikre $\underline{Q}^{-1} \underline{A} \underline{Q} = \underline{D}$.

- (b) (2 pont) Számítsa ki az \underline{A}^{2015} mátrixot!