B CSOPORT:

1. $a_n = (-1)^n \cdot \dfrac{2^{2n}+3^n}{2^n+5^n}$ $\qquad |a_n| = \dfrac{2^{2n}+3^n}{2^n+5^n} = \dfrac{4^n+3^n}{5^n+2^n}$

LIMESZ-ÖSSZEHASONLÍTÓ KRITÉRIUM:

LEGYEN $b_n = \dfrac{4^n}{5^n}$, EKKOR $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|a_n|}{b_n} =$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(4^n+3^n)/4^n}{(5^n+2^n)/5^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+(3/4)^n}{1+(2/5)^n} = \frac{1+0}{1+0} = 1$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{4}{5}\right)^n$ GEOMETRIAI SOR, $|q| = \frac{4}{5} < 1$,

TEHÁT KONVERGENS, ÍGY $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$ IS

KONVERGENS, ÍGY $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ ABSZOLÚT KONVERGENS.

---

2. LÁSD A CSOPORT 2. MEGOLDÁSÁT.

ITT: $\boxed{R=3}$, KONVERGENCIA-INTERVALLUM: $(-2, 4)$

KONV. SUGÁR

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1-x}{3}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1-x}{3}} = \frac{3}{3-(1-x)} = \frac{3}{x+2}$$

B CSOPORT:

(3) a) HA $f(x)$ 2π-PERIODIKUS ÉS SZAKASZONKÉNT SIMA FÜGGVÉNY, AKKOR

$$\lim_{n\to\infty} a_0 + \sum_{k=1}^{n}\left(a_k\cdot\cos(kx) + b_k\cdot\sin(kx)\right) = \frac{f_-(x)+f_+(x)}{2}$$

RAJZ: LÁSD JEGYZET 49. OLDAL.

b) LÁSD JEGYZET 51-52. OLDAL.

ITT: FOURIER-SOR:

$$\frac{4}{\pi}\cdot\left(\sin(x) + \frac{\sin(3x)}{3} + \frac{\sin(5x)}{5} + \dots\right)$$

---

(4)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 5 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5/6 & 1/3 & 1/3 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5/6 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & -9/2 & 0 & 0 \\ 0 & 9/2 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5/6 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 9/2 & 0 & 0 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5/6 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

X_3 SZABAD VÁLTOZÓ, MERT NINCS A 3. OSZLOPBAN VEZETŐ 1-ES. $\boxed{X_2 = 0}$

$$X_1 + 5/6\cdot X_2 + 1/3\cdot X_3 = 1/3 \Rightarrow X_1 + 1/3\cdot X_3 = 1/3$$

$$\Rightarrow \boxed{X_1 = -1/3\, X_3 + 1/3}$$