A CSOPORT

① $a_n = (-1)^n \cdot \frac{\sqrt{n}+1}{2n^2+n}$ $|a_n| = \frac{\sqrt{n}+1}{2n^2+n}$

LIMESZ - ÖSSZEHASONLÍTÓ KRITÉRIUM:

LEGYEN $b_n = \frac{\sqrt{n}}{2n^2}$, EKKOR $\lim_{n\to\infty} \frac{|a_n|}{b_n} =$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(\sqrt{n}+1)/\sqrt{n}}{(2n^2+n)/2n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+1/\sqrt{n}}{1+1/2n} = \frac{1+0}{1+0} = 1$$

TOVÁBBÁ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n^2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}} < +\infty$

HISZEN $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^\alpha$ KONVERGENS, HA $\boxed{\alpha > 1}$

TEHÁT $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ IS KONVERGENS, ÍGY

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ABSZOLÚT KONVERGENS.

---

② $1 - \frac{1}{2}\cdot(x+3) + \frac{1}{4}\cdot(x+3)^2 - \ldots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n \cdot (x+3)^n + \ldots =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \cdot (x+3)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{x+3}{2}\right)^n$$ GEOMETRIAI

SOR, KVÓCIENSE: $\boxed{q = -\frac{x+3}{2}}$ SOR KONVER-

GENS, HA $|q| < 1$, TEHÁT

A CSOPORT

② (FOLYT.) $-1 < q < 1 \Longleftrightarrow -1 < -\frac{x+3}{2} < 1$

$\Longleftrightarrow -1 < \frac{x+3}{2} < 1 \Longleftrightarrow -2 < x+3 < 2$

$\Longleftrightarrow \boxed{-5 < x < -1}$ KONVERGENCIA- INTER-
VALLUM: $(-5,-1)$ NYÍLT INTERVALLUM.

KONVERGENCIA- SUGÁR = $\boxed{R = 2}$ (AZ INTER-
VALLUM HOSSZÁNAK A FELE)

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{x+3}{2}\right)^n = \frac{1}{1-\left(-\frac{x+3}{2}\right)} = \frac{2}{x+5}$$

HA $x \in (-5,-1)$

---

③ a) n-EDRENDŰ TRIGONOMETRIKUS POLINOM:

$$P_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} \left(a_k \cdot \cos(k \cdot x) + b_k \cdot \sin(k \cdot x)\right)$$

HA AZ $f(x)$ 2π- PERIODIKUS FÜGGVÉNYT
KÖZELÍTJÜK EGY $P_n(x)$ TRIG. POLINOMMAL,
AKKOR AZ ÁTLAGOS HIBANÉGYZET:

$$\int_0^{2\pi} (f(x) - P_n(x))^2 \, dx$$

2. OLDAL

A CSOPORT, 3 b) $\cos^3(x) = \cos(x) \cdot \cos^2(x) =$

$$= \cos(x) \cdot \left(\frac{1+\cos(2x)}{2}\right) = \frac{1}{2}\cos(x) + \frac{1}{2}\cos(x)\cdot\cos(2x) =$$

$$= \frac{1}{2}\cos(x) + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\left(\cos(3x) + \cos(-x)\right)\right) =$$

$$= \frac{3}{4}\cdot\cos(x) + \frac{1}{4}\cdot\cos(3x) = a_0 + \sum_{r=1}^{\infty}\left(a_r\cdot\cos(rx) + b_r\cdot\sin(rx)\right)$$

AHOL $a_0 = 0$, $a_1 = \frac{3}{4}$, $a_2 = 0$, $a_3 = \frac{1}{4}$, $a_r = 0$, HA $r \geq 4$

ÉS $b_r = 0$

---

3 c) $P_1(x) = a_0 + a_1\cdot\cos(x) + b_1\cdot\sin(x) = \frac{3}{4}\cos(x)$

---

3 d) $\int_0^{2\pi}\left(f(x) - P_n(x)\right)^2 dx =$ LÁSD JEGYZET 47. OLDAL

$$= \int_0^{2\pi} f^2(x)\,dx - \int_0^{2\pi} P_1^2(x)\,dx = \text{PARSEVAL}$$

$$= \pi\cdot\left(\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2\right) - \pi\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{\pi}{16}$$

---

4 $\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 6 & 0 \\ -2 & 1 & 3 & 0 \\ 7 & 1 & 3 & 0 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 3 & \\ 5 & 2 & 6 & \\ 7 & 1 & 3 & \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -3/2 & 0 \\ 5 & 2 & 6 & 0 \\ 7 & 1 & 3 & 0 \end{array}\right)$

A CSOPORT 4 FOLYT:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -3/2 & 0 \\ 5 & 2 & 6 & 0 \\ 7 & 1 & 3 & 0 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -3/2 & 0 \\ 0 & 9/2 & 27/2 & 0 \\ 0 & 9/2 & 27/2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -3/2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 9/2 & 27/2 & 0 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -3/2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

REDUKÁLT LÉPCSŐS ALAK.

HARMADIK OSZLOPBAN NINCS VEZETŐ 1-ES, TEHÁT X_3 SZABAD VÁLTOZÓ.

$$x_2 + 3x_3 = 0 \Rightarrow \boxed{X_2 = -3X_3}$$

$$x_1 - \frac{1}{2}\cdot(-3X_3) - \frac{3}{2}x_3 = 0 \Rightarrow \boxed{X_1 = 0}$$