

A csoport

1	2	3	4	ÖSSZ

Építőmérnöki BSc szak, Matematika A2, 1. ZH., 2015. október 15., 14.15-15.00.

Név: ..... Neptun kód: .....

Karikázza be, hogy melyik gyakorlatra jár:

- E1 gyak; Kói Tamás; Hétfő 8-tól (K376)
- E2 gyak; Bakos István; Kedd 8-tól (K373)
- E4 gyak; Kolossváry István; Csütörtök 8-tól (K372)

1. (5 pont) Az alábbi végtelen sorról mondja meg, hogy abszolút konvergens-e, feltételesen konvergens-e, illetve divergens-e. Válaszát indokolja!

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n} + 1}{2n^2 + n}$$

2. (1+1+3 pont) Határozza meg a következő hatványsor konvergencia-sugarát és konvergencia-intervallumát, valamint határozza meg azt a függvényt, amit a hatványsor előállít:

$$1 - \frac{1}{2}(x+3) + \frac{1}{4}(x+3)^2 + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n (x+3)^n + \dots$$

3. (a) (2 pont) Definiálja a „trigonometrikus polinom” és az „átlagos hibanégyzet” fogalmát. Az  $f(x)$   $2\pi$ -periodikus függvényt melyik  $n$ -edrendű trigonometrikus polinommal közelítve lesz legkisebb az átlagos hibanégyzet?
- (b) (1 pont) Határozza meg az  $f(x) = \cos^3(x)$  függvény Fourier-sorát linearizáló formulák segítségével.
- (c) (1 pont) Melyik elsőrendű trigonometrikus polinommal közelítsük ezt az  $f(x)$ -et, ha a legkisebb átlagos hibanégyzetet szeretnénk elérni?
- (d) (1 pont) Mi lesz ezen közelítés esetén az átlagos hibanégyzet pontos értéke?

*Segítség:* kevesebbet kell számolni, ha a Parseval-formulát használja:

$$\int_0^{2\pi} f^2(x) dx = 2\pi a_0^2 + \pi \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2)$$

4. (5 pont) Oldja meg a következő egyenletrendszert Gauss-eliminációval. Ha nincs megoldás, magyarázza el, hogy miért nincs. Ha végtelen sok megoldás van, írja fel a teljes megoldáshalmazt.

$$\begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= 0, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 0, \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 &= 0. \end{aligned}$$