A1 ZH, 2016 tavasz

D csoport

(1.) (1) f' meghatározása, pl: $|x|' = \begin{cases} 1 & x>0 \\ -1 & x<0 \end{cases}$

(2) $f'(x)=0 \Rightarrow x = ?$, pl: $|x|' \neq 0$ sehol sem
itt lehet lokális szélsőérték

(3) Keressük a szélsőértéket az $[a,b]$ intervallum végpontjaiban, illetve ahol f' nem folytonos.

<u>Pl.:</u> $|x|'$ nem folytonos $x=0$-ban, itt $|0|=0$, $|-5|=5$, $|4|=4 \Rightarrow x=0$-ban globális minimum, értéke 0, $x=-5$-ben gl. max., értéke 5.

(2.) $9y+x+1=0 \iff y=-\frac{1}{9}x-\frac{1}{9}$, tehát meredekség $=-\frac{1}{9}$.

$\left(\frac{1}{x+5}\right)' = -\frac{1}{9}$ -et teljesítő x-et keresünk.

$$\left(\frac{1}{x+5}\right)' = -\frac{1}{(x+5)^2} = -\frac{1}{9}$$

$x+5 = \pm 3$

$x_1 = -2 \quad y_1 = \frac{1}{-2+5} = \frac{1}{3}$

$x_2 = -8 \quad y_2 = -\frac{1}{3}$

<u>Egyenesek egyenletei:</u>

$v_{1,2} = \left(1, -\frac{1}{9}\right) \Rightarrow n_{1,2} = \left(\frac{1}{9}, 1\right)$

irányvektor — normálvektor

$e_1: \left((x,y)-(x_1,y_1)\right) \cdot n_{1,2} = 0$,

azaz $\frac{1}{9}(x+2) + \left(y-\frac{1}{3}\right) = 0$

$e_2: \frac{1}{9}(x+8) + \left(y+\frac{1}{3}\right) = 0$

3. $\lim\limits_{x\to 4+} f(x) = \lim\limits_{x\to 4+} \dfrac{(x-4)^2}{\sqrt{x}-1-\frac{x}{4}} \underset{L'H\ \frac{0}{0}}{=} \lim\limits_{x\to 4+} \dfrac{2x-8}{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}} \underset{L'H\ \frac{0}{0}}{=}$

$= \lim\limits_{x\to 4+} \dfrac{2}{-\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}}} = -2\cdot 4\cdot (4)^{\frac{3}{2}} = -64$

$Ax^2-3\Big|_{x=4} = 16A-3 = -64$

$$\underline{\underline{A = -\frac{61}{16}}}$$

4. $f(x) = x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$

$f'(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} + x e^{-\frac{x^2}{2}}(-x) = \underset{\vee\atop 0}{e^{-\frac{x^2}{2}}}(1-x^2) = 0$

$x = \pm 1$

x	$x<-1$	-1	$-1<x<1$	1	$1<x$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	MIN	↗	MAX	↘

$f(-1) = -e^{-\frac{1}{2}}$ minimum

$f(1) = e^{-\frac{1}{2}}$ maximum