

| ZH összpont | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Vizsga | Zh+vizsga | Jegy |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--------|-----------|------|
|             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |        |           |      |

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2015. Június 2.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és összesen is el kell érni 30%-ot

- (10 pont) Számolja ki az  $e_1$  és az  $e_2$  egyenesek távolságát, ahol  $e_1$  egyenlete  $\frac{x-7}{10} = \frac{y-10}{6} = \frac{-z-5}{8}$ , továbbá  $e_2$  egyenlete  $\frac{x+3}{2} = \frac{y-15}{4} = \frac{z-5}{3}$ .
- (2 pont) Definiálja az  $f$  függvény  $f^{-1}$  inverzfüggvényének fogalmát. Milyen feltételnek kell teljesülnie  $f$ -re, hogy létezzen inverzfüggvénye?
  - (4 pont) Legyen  $f(x) = \frac{2}{3-x}$ . Adja meg  $f$  és  $f^{-1}$  értelmezési tartományát és értékkészletét, továbbá adjon képletet az  $f^{-1}$  függvényre.
  - (4 pont) Bizonyítsa be, hogy  $\sinh(x)$  inverzfüggvénye  $\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ . *Segítség:* A bizonyítás közben használja a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- (5 pont) Definiálja, hogy mikor differenciálható az  $f$  függvény az  $x_0$  pontban, és definiálja az  $f'(x_0)$  derivált értékét a különbségi hányados határértékeként. Szemléltesse rajzzal a különbségi hányados definíciójában előforduló mennyiségeket.
  - (5 pont) Számolja ki az  $f(x) = x^2$  függvény  $x_0$  pontban vett  $f'(x_0)$  deriváltját a definíció szerint, azaz a különbségi hányados határértékeként.
- (10 pont) Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, ami párhuzamos az  $y - 2x + 5 = 0$  egyenessel és érinti az  $y = 2 \ln(5x)$  függvény görbét.
- (3 pont) Mondja ki a Taylor-polinomok maradéktagjaira vonatkozó Taylor-tételt.
  - (3+4 pont) Írja fel az  $f(x) = e^{\frac{1}{2}x}$  függvény  $x_0 = 0$  pont körüli ötödrendű  $T_5(x)$  Taylor-polinomját és közelítse a segítségével  $\sqrt{e}$  értékét. Becsülje a közelítés hibáját a Taylor-tétel segítségével. A végeredményként adódó képleteket nem kell egyszerűsíteni.
- (10 pont) Keresse meg az  $y = e^x$  görbe azon pontját, melyben a görbület maximális. A szélsőérték jellegét is ellenőrizze!
- (10 pont)  $\int_0^1 x \arctan(x) dx = ?$  *Segítség:* Parciális integrálás.
- (10 pont) Számolja ki az  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  parabola ívhosszát  $a = \sinh(1)$ -től  $b = \sinh(2)$ -ig.
- (4 pont) Számolja ki az  $\int_1^\infty \frac{x^{2/3} + x^{1/3}}{x} dx$  improprius integrál értékét.
  - (6 pont) Rajz segítségével röviden magyarázza el, hogy miért improprius az  $\int_0^1 \frac{x^{2/3} + x^{1/3}}{x} dx$  integrál, és számolja ki az integrál értékét.

*Segítség:* Ha esetleg valamelyik improprius integrál divergens, akkor magyarázza el, hogy miért divergens, az órán tanult tételekre pontosan hivatkozva.