

ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2019. Június 25.

Munkaidő: 90 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot

- (10 pont) Számítsa ki a $P(1, 5, 1)$ pont és az $x = 1 + t$, $y = 2t$, $z = 3 - t$ egyenes távolságát!
- (a) (4 pont) Mondja ki az (a_n) sorozat konvergenciájának és a sorozat határértékének (epszilonos, küszöbindexes) definícióját!
(b) (2+2+2 pont) Az alábbi sorozatok közül melyik konvergens, melyik divergens? A konvergens sorozatok határértékét is mondja meg! Válaszát indokolja!

$$a_n = \frac{n+1}{\sqrt{n}}(-1)^n, \quad b_n = \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}}(-1)^n, \quad c_n = \frac{(n+1)^2 - n^2}{n^2 + 1}(-1)^n$$

- Írja fel a $(x_0, y_0) = (2, 0)$ középpontú $r = 2$ sugarú kör implicit egyenletét (2 pont), polárkoordinátás egyenletét (3 pont), paraméteres egyenletét (2 pont) és ugyanezen kör x tengely alá eső felének explicit (azaz $y = f(x)$ alakú) egyenletét (3 pont)!
- Tekintsük az $f(x) = xe^{-x^2/2}$ függvényt. Számítsa ki f első és második deriváltját (3 pont), határozza meg, hogy f mely intervallumokon növő/csökkenő (3 pont), illetve hogy f mely intervallumokon konvex/konkáv (3 pont)! Rajzolja fel f grafikonját ezen intervallumok megjelölésével (1 pont)!
- Legyen $f(x) = \sqrt{x}$. Legyen $x_0 = 1$. Jelölje $T_3(x)$ az f függvény x_0 alappont körüli harmadrendű Taylor-polinomját.
(a) (4 pont) Írjon fel képletet $T_3(x)$ -re.
(b) (2 pont) Adjon közelítést $\sqrt{1.2}$ értékére a harmadrendű Taylor-közelítés segítségével.
(c) (4 pont) Adjon felső becslést a (b) pontbeli közelítés hibájára a Taylor-tétel segítségével.

6.

$$(3 \text{ pont}) \int \frac{1}{x\sqrt{\ln(x)}} dx = ?, \quad (3 \text{ pont}) \int \frac{x-1}{x^2-2x-1} dx = ?, \quad (4 \text{ pont}) \int \frac{1}{x^2+4x+8} dx = ?$$

- (10 pont) Számítsa ki az $\int x^3 \sin(2x^2) dx$ integrált az $u = 2x^2$ helyettesítéssel!
- (10 pont) Számítsa ki az $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ függvény-görbe $[0, 1]$ intervallum fölé eső részének ívhosszát.
Segítség: A képletgyűjteményről kinézett képlet segítségével kapott határozott integrál felírása után használja az $x = \sinh(u)$ nevezetes helyettesítést. Jól fognak jönni a következő azonosságok is:

$$1 + \sinh^2(u) = \cosh^2(u), \quad \cosh^2(u) = \frac{\cosh(2u) + 1}{2}, \quad \sinh(2u) = 2 \sinh(u) \cosh(u).$$

- Tekintsük azt a síkidomot, amelyet alulról az x tengely, bal felől az y tengely, felülről pedig az $f(x) = e^{-x/2}$ függvény grafikonja határol. Határozza meg a síkidom területét (3 pont), továbbá a súlypontjának vízszintes (4 pont) és függőleges (3 pont) koordinátáit! *Segítség:* Készítsen rajzot a síkidomról és vegye észre, hogy improprius integrálokra lesz szükség!