

ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2016. Június 21.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és csak a vizsga-feladatokból összesen is el kell érni 30%-ot

- (4 pont) Adott egy z komplex szám trigonometrikus alakban. Legyen n egy pozitív egész szám. Mondja meg, hogy hány olyan komplex szám van, ami kielégíti $\sqrt[n]{z}$ definícióját, és írja fel az összes ilyen komplex szám trigonometrikus alakját.
 - (6 pont) Írja fel az összes olyan komplex számot algebrai és trigonometrikus alakban, amely kielégíti $\sqrt[3]{8i}$ definícióját. Szemléltesse rajzzal ezen számok elhelyezkedését a komplex számsíkon.
- (5+5 pont) (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - \sqrt{n^2 + 6n - 1}) = ?$ (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\ln(n) + n^2)(4n^{-1/2} - 5n^{-1/3})}{2n^{3/5} + 3n^{5/3}} = ?$
- (10 pont) Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, ami párhuzamos az $y - 2x + 5 = 0$ egyenessel és érinti az $f(x) = 2 \ln(3x + 6)$ függvény görbét!
- (4 pont) Írja le lépésről lépésre az órán tanult módszert a folytonos $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény globális szélsőértékeinek meghatározására!
 - (6 pont) Mutassa meg lépésről lépésre, hogy hogyan találja meg ez a módszer az $f(x) = \frac{4x}{1+4x^2}$ függvény globális szélsőértékeit a $[-3/2, 1/4]$ intervallumon!
- (10 pont) Írja fel az $f(x) = \cos^2(x)$ függvény $x_0 = \pi$ alappont körüli negyedrendű $T_4(x)$ Taylor-polinomját! *Segítség:* Érdemes egy trigonometrikus azonossággal kezdeni a megoldást!
- (3 pont) $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 5} dx = ?$ *Segítség:* Alakítsa teljes négyzetté a nevezőt.
 - (3 pont) $\int \frac{x-2}{x^2 - 4x + 5} dx = ?$ *Segítség:* Igaz-e, hogy a számláló a nevező deriváltja?
 - (2 pont) $\int \frac{4x-5}{x^2 - 4x + 5} dx = ?$ *Segítség:* Használja az (a) és (b) részfeladatok megoldásait.
 - (2 pont) $\int \frac{x^2}{x^2 - 4x + 5} dx = ?$ *Segítség:* A számláló és a nevező foka megegyezik.
- (10 pont)
$$\int \frac{1}{e^{x/2} + e^x} dx = ?$$

Segítség: Először alkalmazza az $u = e^{x/2}$ helyettesítést, majd parciális törtekre bontást ...
- (10 pont) A kardioid az a síkidom, amit polárkoordinátarendszerben az $r(\varphi) = 1 + \cos(\varphi)$ képlettel megadott görbe kerül meg, ahol $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Rajzoljon ábrát a kardioidról a tengelymetszetek pontos megjelölésével és számítsa ki a kardioid $x \leq 0, y \geq 0$ síknegyedbe eső részének területét!
- (5 pont) Számítsa ki $\int_1^\infty x^{-\alpha} dx$ értékét tetszőleges $\alpha > 0$ esetén!
 - (5 pont) Számítsa ki $\int_0^1 x^{-\alpha} dx$ értékét tetszőleges $\alpha > 0$ esetén!

Segítség: Kezelje külön az $\alpha = 1$ esetet! Azt is mutassa meg, hogy α mely értékei esetén divergensek az (a) és (b) részfeladatok improprius integráljai!