

ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2019. Június 11.

Munkaidő: 90 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot

- (3 pont) Definiálja egy sík normálvektorának geometriai jelentését, és írja fel a  $P(x_0, y_0, z_0)$  ponton átmenő  $\underline{n} = (A, B, C)$  normálvektorú sík egyenletét.
  - (7 pont) Írja fel a  $P(3, 0, -2)$ ,  $Q(2, 1, -1)$ ,  $R(1, 1, 1)$  pontokon átfektetett sík egyenletét!
- (3 pont) Írja fel az  $(a_n)$  számsorozat határértékének (epszilonos, küszöbindexes) definícióját!
  - (7 pont) Legyen  $a_n = \frac{2n}{4n+1}$ . Mi  $(a_n)$  határértéke és mi az  $\varepsilon = 10^{-4}$ -hez tartozó  $N$  küszöbindex?
- (4 pont) Mondja ki az  $f$  függvény  $x_0$  pontban vett  $f'(x_0)$  deriváltjának definícióját (a különbségi hányados határértéke).
  - Írja fel azt a határérték-számítási feladatot, ami az alábbi függvények  $x_0 = 3$  pontbeli deriváltját adják meg az (a)-beli definíció szerint, majd számítsa ki az adódó határértéket definíció szerint (azaz a deriváltakról később tanultak, pl. L'Hospital-szabály használata nélkül):

$$(a)(1 \text{ pont}) f(x) = 2, \quad (b)(2 \text{ pont}) g(x) = 1 - x, \quad (c)(3 \text{ pont}) h(x) = x^2.$$

*Megj:* Nyilván a válasz  $f'(3) = 0$ ,  $g'(3) = -1$  és  $h'(3) = 6$  lesz, tehát nem ezen számok megnevezése a feladat, hanem annak megmutatása, hogy ezek hogyan jönnek ki az (a) részfeladatban kimondott definícióból, a kapott határérték-számítási feladatok megoldásával.

- (10 pont) Határozza meg a  $B$  számot úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1-x/2}{1-\cos(x)} & \text{ha } 0 < x \leq \pi, \\ B - \sinh(x) & \text{ha } x \leq 0. \end{cases}$$

- (10 pont) Az  $x^2 + y^2/4 = 1$  egyenletű ellipszis mely pontjaiban párhuzamos az érintő az  $x + y + 5 = 0$  egyenessel? Készítsen rajzot is az ellipsziszről és a kapott érintő egyenes(ek)ről!
- (a) (3 pont)  $\int \frac{\ln^2(x)}{x} dx = ?$ , (b) (3 pont)  $\int \frac{1}{\cos^2(3x-\pi)} dx = ?$ , (c) (4 pont)  $\int \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} dx = ?$
- (10 pont)  $\int \frac{2x^2+3x-1}{x^3-x} dx = ?$  *Segítség:* Nevező faktorizálása, majd parciális törtekre bontás...
- (10 pont) A kardioid az a síkidom, amit polárkoordináta-rendszerben az  $r(\varphi) = 1 + \cos(\varphi)$  képlettel megadott görbe kerül meg, ahol  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ . Rajzoljon ábrát a kardioidról a tengelymetszetek pontos megjelölésével és számítsa ki a kardioid  $x \geq 0, y \geq 0$  síknegyedbe eső részének területét!  
*Segítség:* Használja a képletgyűjtemény megfelelő képletét (polárkoordinátákkal megadott síkgörbe területe). Hasznos még lesz még ez a formula is:  $\cos^2(\varphi) = \frac{1+\cos(2\varphi)}{2}$ .
- Az alábbi két improprius integrál közül melyik konvergens, melyik divergens? Amelyik konvergens, annak számítsa ki a pontos értékét is:

$$(a) (5 \text{ pont}) \int_0^2 \frac{\sqrt{x}+1}{x^2} dx, \quad (a) (5 \text{ pont}) \int_2^\infty \frac{\sqrt{x}+1}{x^2} dx$$