

ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2017. Május 30.

Munkaidő: 90 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és csak a vizsga-feladatokból összesen is el kell érni 30%-ot

1. Legyen $\underline{u} = (-1, 0, 3)$ és $\underline{v} = (1, 2, 1)$.

(a) (5 pont) Számítsa ki az \underline{u} és \underline{v} vektorok által feszített háromszög területét!

(b) (5 pont) Számítsa ki az \underline{u} vektor merőleges vetületét a \underline{v} vektor egyenesére!

2. (3+3+4 pont) Számítsa ki a következő határértékeket:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2n}{1+n} \right)^{\frac{1}{2}n}, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+3}{2n^2} \right)^{4n}, \quad (c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-4}{n+3} \right)^{5n-2}$$

3. (a) (2 pont) Mondja ki az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény x_0 pontban értelmezett baloldali és jobboldali határértékének definícióját!

(b) (2 pont) Definiálja, hogy mikor folytonos az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény!

(c) (2 pont) Definiálja az f függvény x_0 pontban értelmezett deriváltját a különbségi hányados függvény határértékéeként!

(d) (4 pont) Mutasson egy olyan folytonos f függvényt, ami nem differenciálható! Magyarázza el, hogy melyik x_0 pontban és miért sérül a differenciálhatóság definíciója!

4. (10 pont) Az ezer négyzetcentiméter felületű körhengerek közül melyiknek a legnagyobb a térfogata?
Segítség: Az r sugarú és m magasságú körhenger felülete $A = 2r^2\pi + 2r\pi m$ és térfogata $V = r^2\pi m$.

5. (8+2 pont) Mi az $x^2 - y^2 = 1$ hiperbola $P(-2, \sqrt{3})$ pontjában húzott érintő egyenesének egyenlete? Rajzolja le a hiperbolát, a P pontot és az érintő egyenest! *Segítség:* Használja az implicit módon megadott függvények differenciálásáról tanultakat!

6. (4+6 pont) (a) $\int \frac{1}{(4-2x)^2} dx = ?$, (b) $\int \frac{1}{x^2+4x+5} dx = ?$

7. (10 pont) $\int \sqrt{x^2 - 1} dx = ?$ *Segítség:* Használja az $x = \cosh(u)$ helyettesítést és a

$$\cosh^2(u) - 1 = \sinh^2(u), \quad \sinh^2(u) = \frac{\cosh(2u) - 1}{2}, \quad \sinh(2u) = 2 \sinh(u) \cosh(u)$$

azonosságokat!

8. (10 pont) Használja a forgástestek térfogatára vonatkozó integrál-formulát az origó körüli 3 egység sugarú gömb térfogatának kiszámolására!

9. (10 pont) Magyarázza el rajz segítségével, hogy miért improprius az $\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x} dx$ integrál, és számítsa ki az integrál értékét! Konvergens-e vagy pedig divergens ez az improprius integrál?