

ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2016. Június 7.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és csak a vizsga-feladatokból összesen is el kell érni 30%-ot

- (10 pont) Legyen  $P(2, 2, 2)$ ,  $Q(1, 3, 0)$  és  $R(1, 1, 5)$  három pont az  $\mathbb{R}^3$  térben. Határozza meg a  $P$  és  $Q$  pontokon átmenő  $e$  egyenes távolságát az  $R$  ponttól.
- (a) (4 pont) Mondja ki az  $a_1, a_2, a_3, \dots$  sorozat konvergenciájának és határértékének definícióját!  
(b) (6 pont) Legyen  $a_n = \sqrt{\frac{n-4}{n}}$ . Határozza meg  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  értékét és az  $\varepsilon = 0.1$  értékhez tartozó  $N$  küszöbindexet!
- (a) (2 pont) Írja fel az  $f$  függvény  $x_0$  pontban vett  $f'(x_0)$  deriváltjának definícióját, a különbségi hányados függvény határértékéeként!  
(b) (3 pont)  $f(x) = x^2$ . Az (a) pontbeli definíció szerint számítsa ki  $f'(2)$  értékét (tehát írja fel és számítsa ki a különbségi hányados függvény határértékét)!  
(c) (2 pont)  $f(x) = x^2$ . Írja fel az  $(2, f(2))$  és  $(2.1, f(2.1))$  pontokon átmenő egyenes egyenletét.  
(d) (3 pont) Írja fel az  $y = x^2$  görbét az  $x_0 = 2$  pontban érintő egyenes egyenletét!
- (10 pont)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sh}(x)} \right) = ?$  *Segítség:* L'Hospital-szabály
- (a) (5 pont) Az  $f(x)$  függvény  $x_0$  pontban vett  $G(x_0)$  görbületét a  $G(x_0) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta s}$  képlettel definiáltuk. Nevezze néven a fenti képletben előforduló mennyiségeket, és egy grafikonon ábrázolja őket az órán tanult módon.  
(b) (5 pont) Számítsa ki az  $y = \sin(x/2)$  függvény  $x_0 = \pi$  pontjában a simulókör sugarát!
- (a) (5 pont)  $\int \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}} dx = ?$  *Segítség:* Kezdje teljes négyzetté alakítással!  
(b) (5 pont)  $\int \arctan(3x) dx = ?$  *Segítség:* Parciális integrálás ...
- (10 pont)  $\int \frac{13x^2-2}{x^3-\frac{3}{2}x^2-x} dx = ?$  *Segítség:* Nevező faktorizálása, majd parciális törtekre bontás ...
- (10 pont) Számítsa ki annak a pozitív síknegyedbe eső, origót tartalmazó, összefüggő síkidomnak a területét és súlypontjának a koordinátáit, amit az  $y = \cos(x)$  görbe és a koordinátatengelyek határolnak.
- Az integrandusok felrajzolásával illusztrálja, hogy miért impropriusak az alábbi integrálok, majd számítsa ki az értéküket!  
(a) (5 pont)  $\int_0^1 \frac{\ln(x)}{x} dx$   
(b) (5 pont)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+(x+1)^2} dx$