

| ZH összpont | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Vizsga | Zh+vizsga | Jegy |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--------|-----------|------|
| | | | | | | | | | | | | |

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2015. Május 26.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és összesen is el kell érni 30%-ot

1. Tekintsük az e egyenest, aminek egyenlete $x = 1 + t$, $y = 3 - t$, $z = 2t$, továbbá a $P(1, 1, 5)$ pontot. Határozza meg
 - (a) (3 pont) a P ponton átmenő, e -vel párhuzamos f egyenest,
 - (b) (4 pont) az e egyenes P ponthoz legközelebbi Q pontját,
 - (c) (3 pont) az e egyenes és a P pont d távolságát.
2. (a) (1+1+2 pont) Definiálja, hogy mikor monoton, korlátos, ill. konvergens egy (a_n) sorozat.
 - (b) (2 pont) Mondja ki a monoton és korlátos sorozatok konvergenciájára vonatkozó tételt.
 - (c) (2 pont) Mutasson olyan korlátos sorozatot, ami nem konvergens.
 - (d) (2 pont) Mutasson olyan konvergens sorozatot, ami nem monoton.
3. (4+6 pont) Mondja ki és bizonyítsa a Cauchy-féle középérték-tételt. A bizonyítás közben használhatja a Rolle-tételt.
4. (10 pont) Végezze el az $f(x) = \exp(-x^2/2)$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tart., értékkészlet, zérushelyek, kritikus pontok, lokális/globális szélsőértékek, monoton növekvő/csökkenő szakaszok, konvex/konkáv szakaszok, inflexiós pontok, határértékek az értelmezési tartomány szélein, rajz)!
5. (4+6 pont) Írja fel az $f(x) = e^{2x}$ függvény $x_0 = 0$ pont körüli ötödrendű $T_5(x)$ Taylor-polinomját és közelítse a segítségével e^2 értékét. Becsülje a közelítés hibáját a Taylor-tétel segítségével az órán tanult módon! A végeredményként adódó képleteket nem kell egyszerűsíteni.
6. (a) (3 pont) Faktorizálja a $2x^2 - 3x - 2$ polinomot a másodfokú egyenlet megoldóképletével.
 - (b) (2 pont) Parciális törtekre bontás: $\frac{13x^2-2}{2x^3-3x^2-2x} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2} + \frac{C}{x-x_3}$. $x_1, x_2, x_3 = ?$
 - (c) (3 pont) $A, B, C = ?$
 - (d) (2 pont) $\int \frac{13x^2-2}{2x^3-3x^2-2x} dx = ?$
7. (10 pont) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = ?$ Segítség: Helyettesítés: $x = \sin(u)$.
8. (10 pont) Számítsa ki az $y = \cosh(x)$ görbe ívhosszát $a = -1$ -től $b = 1$ -ig!
9. (10 pont) Döntse el az

$$I_1 = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + \sqrt{x}} dx, \quad I_2 = \int_1^\infty \frac{1}{x^2 + \sqrt{x}} dx, \quad I_3 = \int_0^1 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx, \quad I_4 = \int_1^\infty \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$$

improprius integrálokról, hogy konvergensek-e vagy pedig divergensek. Segítség: Tippelje meg, hogy melyik a domináns tag $x \rightarrow 0$, ill. $x \rightarrow \infty$ esetén a nevezőben, majd limesz-összehasonlító kritérium!