

ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2019. Május 28.

Munkaidő: 90 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot

1. (10 pont) Határozza meg az összes olyan komplex  $z$  szám algebrai alakját, amire  $z^3 + 64 = 0$ .

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 7 és feledik oldalán.

2. Legyen  $f(x) = \frac{1}{3}((x-2)^2 - 4)$ , és tegyük fel, hogy  $f$  értelmezési tartománya  $\mathcal{D}_f = [2, +\infty)$ . Határozza meg az  $f$  függvény  $f^{-1}$  inverzfüggvényét (8 pont) és készítsen rajzot  $f$  és  $f^{-1}$  grafikonjáról (2 pont)!

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 38-39. oldalán.

3. (a) (4 pont) Mondja ki az  $f$  függvény  $x_0$  pontban vett  $f'(x_0)$  deriváltjának definícióját (a különbségi hányados határértéke).

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 58. oldalán.

- (b) Írja fel azt a határérték-számítási feladatot, ami az alábbi függvények  $x_0 = 2$  pontbeli deriváltját adják meg az (a)-beli definíció szerint, majd számítsa ki az adódó határértéket definíció szerint (azaz a deriváltakról később tanultak, pl. L'Hospital-szabály használata nélkül):

$$(a)(1 \text{ pont}) f(x) = 4, \quad (b)(2 \text{ pont}) g(x) = 1 - 2x, \quad (c)(3 \text{ pont}) h(x) = x^2.$$

*Megj:* Nyilván a válasz  $f'(2) = 0$ ,  $g'(2) = -2$  és  $h'(2) = 4$  lesz, tehát nem ezen számok megnevezése a feladat, hanem az, hogy ezek hogyan jönnek ki az (a) részfeladatban kimondott definícióból, a kapott határérték-számolási feladatok megoldásával.

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 59. oldalán.

4. Végezze el az  $f(x) = e^{-x^2/2}$  függvényvizsgálatát: keresse meg a kritikus pontjait (2 pont), inflexió pontjait (2 pont), határozza meg a monoton szakaszait (2 pont), konvex/konkáv szakaszait (2 pont) és készítsen rajzot (2 pont) mindezek megjelölésével.

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 88-89. oldalán.

5. (10 pont) Számítsa ki az  $y^2 - 3xy + x^2 = 5$  görbét a  $(4, 1)$  pontban érintő egyenes egyenletét!

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 95-96. oldalán.

6. Számolja ki a következő határozatlan integrálokat (*segítség:* teljes négyzetté alakítás):

$$(a)(4 \text{ pont}) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} dx, \quad (b)(6 \text{ pont}) \int \frac{1}{\sqrt{8x - x^2}} dx$$

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 124-125. oldalán.

7. (10 pont) Számítsa ki az  $\int \sqrt{x^2 - 9} dx$  határozatlan intergált. *Segítség:* Használja a  $x = 3 \cosh(u)$  helyettesítést és az  $\sqrt{\cosh^2(y) - 1} = \sinh(y)$ ,  $\sinh^2(y) = \frac{\cosh(2y) - 1}{2}$ ,  $\sinh(2y) = 2 \sinh(y) \cosh(y)$  azonosságokat.

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 143-144. oldalán.

8. (a) (5 pont) Számítsa ki az  $y = x - 1$ ,  $x = 3$ ,  $x = 5$ ,  $y = 0$  egyenesek által határolt négyszög területét határozott integrálással.
- (b) (5 pont) Számítsa ki annak az origót tartalmazó síkidomnak a területét, amit az  $y = \cos(x)$  görbe határol felülről és az  $y = -\cos(x)$  görbe határol alulról.

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 149. oldalán.

9. Számítsa ki a következő improprius integrálok értékét:

$$(a)(5 \text{ pont}) \int_0^1 \frac{x^2 + x^3}{x^5} dx, \quad (b)(5 \text{ pont}) \int_1^\infty \frac{x^2 + x^3}{x^5} dx.$$

**Megoldás:** Lásd szkennelt jegyzet 165-166-167. oldalán.