

ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2019. Május 28.

Munkaidő: 90 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot

- (10 pont) Határozza meg az összes olyan komplex z szám algebrai alakját, amire $z^3 + 64 = 0$.
- Legyen $f(x) = \frac{1}{3}((x-2)^2 - 4)$, és tegyük fel, hogy f értelmezési tartománya $\mathcal{D}_f = [2, +\infty)$. Határozza meg az f függvény f^{-1} inverzfüggvényét (8 pont) és készítsen rajzot f és f^{-1} grafikonjáról (2 pont)!
- (a) (4 pont) Mondja ki az f függvény x_0 pontban vett $f'(x_0)$ deriváltjának definícióját (a különbségi hányados határértéke).
(b) Írja fel azt a határérték-számítási feladatot, ami az alábbi függvények $x_0 = 2$ pontbeli deriváltját adják meg az (a)-beli definíció szerint, majd számítsa ki az adódó határértéket definíció szerint (azaz a deriváltakról később tanultak, pl. L'Hospital-szabály használata nélkül):

$$(a)(1 \text{ pont}) f(x) = 4, \quad (b)(2 \text{ pont}) g(x) = 1 - 2x, \quad (c)(3 \text{ pont}) h(x) = x^2.$$

Megj: Nyilván a válasz $f'(2) = 0$, $g'(2) = -2$ és $h'(2) = 4$ lesz, tehát nem ezen számok megnevezése a feladat, hanem az, hogy ezek hogyan jönnek ki az (a) részfeladatban kimondott definícióból, a kapott határérték-számolási feladatok megoldásával.

- Végezze el az $f(x) = e^{-x^2/2}$ függvényvizsgálatát: keresse meg a kritikus pontjait (2 pont), inflexiós pontjait (2 pont), határozza meg a monoton szakaszait (2 pont), konvex/konkáv szakaszait (2 pont) és készítsen rajzot (2 pont) mindezek megjelölésével.
- (10 pont) Számítsa ki az $y^2 - 3xy + x^2 = 5$ görbét a $(4, 1)$ pontban érintő egyenes egyenletét!
- Számolja ki a következő határozatlan integrálokat (*segítség:* teljes négyzetté alakítás):

$$(a)(4 \text{ pont}) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} dx, \quad (b)(6 \text{ pont}) \int \frac{1}{\sqrt{8x - x^2}} dx$$

- (10 pont) Számítsa ki az $\int \sqrt{x^2 - 9} dx$ határozatlan intergált. *Segítség:* Használja a $x = 3 \cosh(u)$ helyettesítést és az $\sqrt{\cosh^2(y) - 1} = \sinh(y)$, $\sinh^2(y) = \frac{\cosh(2y) - 1}{2}$, $\sinh(2y) = 2 \sinh(y) \cosh(y)$ azonosságokat.
- (a) (5 pont) Számítsa ki az $y = x - 1$, $x = 3$, $x = 5$, $y = 0$ egyenesek által határolt négyszög területét határozott integrálással.
(b) (5 pont) Számítsa ki annak az origót tartalmazó síkidomnak a területét, amit az $y = \cos(x)$ görbe határol felülről és az $y = -\cos(x)$ görbe határol alulról.
- Számítsa ki a következő improprius integrálok értékét:

$$(a)(5 \text{ pont}) \int_0^1 \frac{x^2 + x^3}{x^5} dx, \quad (b)(5 \text{ pont}) \int_1^\infty \frac{x^2 + x^3}{x^5} dx.$$