

ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2017. Május 23.

Munkaidő: 90 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és csak a vizsga-feladatokból összesen is el kell érni 30%-ot

- (10 pont) Számítsa ki a  $P(1, 1, 5)$  pont és az  $x = 1 + t$ ,  $y = 3 - t$ ,  $z = 2t$  egyenes távolságát!
- (4+6 pont) Számítsa ki a következő határértékeket:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n) - 2\sqrt{n}}{4\sqrt{n} - n^{0.4} + 1} \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 4n} - \sqrt{n^2 + 1} \right)$$

- (3 pont) Írja fel az  $f$  függvény  $x_0$  pontban vett  $f'(x_0)$  deriváltjának definícióját, a különbségi hányados függvény határértékeként!
  - (4 pont)  $f(x) = x^2$ . Az (a) pontbeli definíció szerint számítsa ki  $f'(-1)$  értékét (tehát írja fel és számítsa ki a különbségi hányados függvény határértékét)!
  - (3 pont) Írja fel az  $y = x^2$  görbét az  $x_0 = -1$  pontban érintő egyenes egyenletét!
- (2+2+2+2+2 pont) Az alábbi határérték-számolási feladatok melyikénél lehet használni a L'Hospital-szabályt? Jelezze egyértelműen, hogy lehet-e vagy sem, valamint számítsa ki mindegyik határértékét:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln(x), \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} \ln(x), \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\ln(2x)}{2x - 1}, \quad (d) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\ln(2x)}{2x - 1}, \quad (e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2x)}{2x - 1}$$

- Legyen  $f(x) = x^2 - 11x + 32$ .

- (4 pont) Adja meg az  $f$  függvény  $x_0 = 5$  pont körüli elsőrendű  $T_1(x)$  Taylor-polinomját!
  - (2 pont) Közelítse  $f(5.5)$  értékét az (a)-beli elsőrendű Taylor-polinom segítségével!
  - (4 pont) Becsülje a (b)-beli közelítés  $R_1(5.5)$  hibáját a Taylor-tétel segítségével!
- (3 pont)  $\int \frac{\ln(x)}{x} dx = ?$  *Segítség:* egy lehetséges megoldási mód:  $u = \ln(x)$  helyettesítés...
    - (7 pont)  $\int \frac{1}{\sqrt{6x-x^2}} dx = ?$  *Segítség:* alakítsa teljes négyzetté a gyök alatti kifejezést!
  - (10 pont)  $\int \frac{13x^2-2}{x \cdot (2x^2-3x-2)} dx = ?$  *Segítség:* parciális törtekre bontás...
  - (10 pont) Határozza meg az  $f(x) = 2\sqrt{x}$  függvény-grafikon  $2 \leq x \leq 4$  feletti részének  $x$  tengely körüli megforgatásával kapott felület felszínét!
  - (10 pont) Magyarázza el rajzzal, hogy miért improprius az  $\int_0^{e^3} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$  integrál, és számolja ki az integrál értékét! Konvergens-e vagy pedig divergens ez az improprius integrál?