

ZH összpont	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2016. Május 31.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és csak a vizsga-feladatokból összesen is el kell érni 30%-ot

- (a) (5 pont) Legyen  $P_0(0, 1, -1)$  egy pont és legyen  $\underline{v} = (2, -1, 1)$  egy vektor. Tekintsük azt az  $e$  egyenest, amely azokból a  $P(x, y, z)$  pontokból áll, amelyhez van olyan  $t \in \mathbb{R}$ , hogy teljesül  $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP_0} + t\underline{v}$ . Adja meg az  $e$  egyenes egy *implicit* egyenletét!  
 (b) (5 pont) Ugyanazt az egyenest adja-e meg az  $x = 2 + t$ ,  $y = -1 - 2t$ ,  $z = 1 - t$  *paraméteres* egyenlet és az  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{2}$  *implicit* egyenlet? Válaszát számolással indokolja!
- (4+3+3 pont) (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-4}{n+3}\right)^{5n+2} = ?$ , (b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3-1}{n^3}\right)^{2n^2} = ?$ , (c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2n}{1+3n}\right)^n = ?$
- (3+3+4 pont) Számítsa ki az alábbi függvények deriváltját!

$$(a) x^3 \sin(x) \arctan(x), \quad (b) \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}, \quad (c) \sqrt{x}$$

- (10 pont) Határozza meg az  $A$  számot úgy, hogy az alábbi  $f(x)$  függvény folyonos legyen:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sinh(x^2)}{(\sinh(2x))^2} & \text{ha } x > 0 \\ \cosh(x) - A & \text{ha } x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) (4 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény  $x_0 = 0$  alappont körüli harmadrendű  $T_3(x)$  Taylor-polinomját, az  $R_3(x)$  maradéktagot, továbbá mondja ki a maradéktagra vonatkozó Taylor-tételt!  
 (b) (6 pont) Határozza meg az  $f(x) = e^{-x}$  függvény  $x_0 = 0$  alappont körüli harmadrendű  $T_3(x)$  Taylor-polinomját, ennek segítségével adjon becslést  $e^{-1}$  értékére, és a Taylor-tétel segítségével adjon becslést a közelítés hibájára!
- (4+6 pont) (a)  $\int \frac{1}{x} \sqrt{\ln(x)} dx = ?$ , (b)  $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx = ?$  *Segítség:* Helyettesítse azt, amit a gyök alatt lát.
- (10 pont)  $\int \sqrt{x^2-1} dx = ?$  *Segítség:* Lásd képletgyűjtemény: „Nevezetes helyettesítések”. Hasznos lesz még továbbá:  $\cosh^2(x) - 1 = \sinh^2(x)$ ,  $\sinh^2(x) = \frac{\cosh(2x)-1}{2}$ ,  $\sinh(2x) = 2 \sinh(x) \cosh(x)$ .
- (10 pont) Definiálja a Riemann-integrál fogalmát! Azaz: Definiálja az  $n$ -edik Riemann-féle  $R_n$  közelítő-összeg fogalmát és mondja ki, hogy hogyan kapjuk meg az  $\int_a^b f(x) dx$  határozott integrál értékét a Riemann-féle közelítő-összegek határértékeként! Az előforduló fogalmakat rajz segítségével szemléltesse!
- (10 pont) Legyen  $\mathcal{R}$  az a nem korlátos síkbeli tartomány, amit alulról az  $x$  tengely, balról az  $y$  tengely és felülről az  $y = 2e^{-x}$  görbe határol! Számítsa ki  $\mathcal{R}$  területét és súlypontjának koordinátáit!  
*Segítség:* A képletgyűjteménybeli képletekbe az  $a = 0$  és  $b = \infty$  értékeket kell helyettesíteni, tehát improprius integrálokat kell kiszámolni!