B CSOPORT

① a) F(X) AKKOR PRIMITÍV FÜGGVÉNYE
f(X)-NEK, HA $F'(X)=f(X)$

f(X) HATÁROZATLAN INTEGRÁLJA AZ NEM MÁS, MINT f(X) PRIMITÍV FÜGGVÉNYEINEK A HALMAZA.

① b) $T'(X)=g(X)$

① c) $\int ch(2x)\,dx=\frac{1}{2}ch(2x)+C$, TEHÁT

$T(X)=\frac{1}{2}ch(2x)+C$, DE MI LEHET C ÉRTÉKE?

$\boxed{T(0)=0}$, ÍGY $\frac{1}{2}ch(2\cdot 0)+C=0$, ÍGY $\boxed{C=\frac{1}{2}}$

TEHÁT $\boxed{T(X)=\frac{ch(2x)-1}{2}}$

LÁSD 116. OLDAL

② (LÁSD 91. OLDAL)

$$2r^2 \cdot \pi + 2\pi \cdot r \cdot m = 2000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{2000 - 2r^2 \cdot \pi}{2 \cdot r \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$V(r) = r^2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{2000 - 2r^2 \cdot \pi}{2 r \pi} \right) = r \cdot (1000 - r^2 \cdot \pi)$$

$$= 1000 r - r^3 \cdot \pi$$

$$V'(r) = 1000 - 3r^2 \cdot \pi$$

STACIONÁRIUS PONT: $1000 - 3r^2 \cdot \pi = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{1000}{3\pi}} \approx 10.3$$

$$m = \frac{2000 - 2 \cdot (10.3)^2 \cdot \pi}{2 \cdot (10.3) \cdot \pi} = 20.6$$

---

③ a) $f(x) = x^{1/2}$ $f'(x) = \frac{1}{2} x^{-1/2}$ $f'(1) = \frac{1}{2}$

$f''(x) = -\frac{1}{4} \cdot x^{-3/2}$ $f''(1) = -\frac{1}{4}$

$$T_2(x) = 1 + \frac{1}{2} \cdot (x-1) + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (x-1)^2$$

$$= 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2$$

---

③ b) KÖZELÍTÉS:

$$T_2(1.1) = 1 + \frac{1}{2} \cdot (1.1-1) - \frac{1}{8} \cdot (1.1-1)^2 =$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{100}$$

---

③ c) $\left| \sqrt{1.1} - T_2(1.1) \right| = \left| R_2(1.1) \right| \leq$ TAYLOR TÉTEL

$$\leq \max_{1 \leq b \leq 1.1} \left| \frac{f^{(3)}(b)}{3!} \cdot (1.1-1)^3 \right| = 🙂$$

$$f^{(3)}(x) = \frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{4} x^{-3/2}\right) = \frac{3}{8} \cdot x^{-5/2}$$

$$🙂 = \frac{1}{1000} \cdot \max_{1 \leq b \leq 1.1} \left| \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot b^{-5/2} \right| = \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot 1^{-5/2} =$$

$= 1/4000$ ← HIBA BECSLÉS

3. OLDAL

④ a) $x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x+1)^2 - 1$

Így $2x - x^2 = 1 - (x+1)^2$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-(x+1)^2}}\,dx = \arcsin(x+1) + C$$

---

④ b) $\int \arctan(2x)\,dx =$

$= \int \arctan(2x) \cdot 1\,dx =$ PARCIÁLIS INT

$= \arctan(2x) \cdot x - \int \frac{1}{1+(2x)^2} \cdot 2 \cdot x\,dx$

$= \arctan(2x) \cdot x - \int \frac{2x}{1+4x^2}\,dx =$

$= \arctan(2x) \cdot x - \frac{1}{4} \int \frac{8x}{1+4x^2}\,dx =$

SZÁMLÁLÓ A NEVEZŐ DERIVÁLTJA

$= \arctan(2x) \cdot x - \frac{1}{4} \ln(1+4x^2) + C$