

B csoport

1	2	3	4	ÖSSZ

Építőmérnöki BSc szak, Matematika A1, 2. ZH., 2019. április 4., 10.15-11.00

Név: Neptun kód:

- (a) (2 pont) Tegyük fel, hogy az f függvény x_0 pontbeli deriváltjaira teljesül, hogy $f'(x_0) = f''(x_0) = \dots = f^{(\ell)}(x_0) = 0$, viszont $f^{(\ell+1)}(x_0) \neq 0$ valamilyen $\ell \geq 1$ esetén. Milyen esetekben lesz x_0 az f lokális maximuma, lokális minimuma, illetve inflexiós pontja?
(b) (3 pont) Legyen $f(x) = -(x-2)^5 + (x-2)^4$. Az $x_0 = 2$ pont lokális maximuma, lokális minimuma, vagy pedig inflexiós pontja f -nek? Válaszát számolással indokolja!

2. Határozza meg a következő függvények második deriváltját:

(a) (3 pont) $f(x) = \frac{1}{7} \cot(3x - 1)$

(b) (2 pont) $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$

3. (5 pont) Határozza meg a a és a b konstansok értékét oly módon, hogy az alábbi f függvény folytonos legyen:

$$f(x) = \begin{cases} a \frac{\cosh(x^2)}{\cosh^2(x)}, & x < 0, \\ b, & x = 0, \\ \frac{\sinh(x^2)}{\sinh^2(x)}, & x > 0. \end{cases}$$

Megj: $\sinh(x)$ a szinusz hiperbolikuszt jelöli, $\cosh(x)$ a koszinusz hiperbolikuszt

4. Legyen $g(x) = xe^{-x}$.

- (a) (1 pont) Számolja ki g első és második deriváltját.
- (b) (1 pont) Határozza meg, hogy az g függvény mely intervallumokon monoton növény, illetve monoton csökkenő.
- (c) (1 pont) Határozza meg, hogy az g függvény mely intervallumokon konvex, illetve konkáv.
- (d) (2 pont) Készítsen vázlatos rajzot a függvény grafikonjáról, a lokális szélsőérték-helyek és inflexiós pontok megjelölésével!