

A csoport

1	2	3	4	ÖSSZ

Építőmérnöki BSc szak, Matematika A1, 2. ZH., 2019. április 4., 10.15-11.00

Név: Neptun kód:

- (a) (2 pont) Tegyük fel, hogy az f függvény x_0 pontbeli deriváltjaira teljesül, hogy $f'(x_0) = f''(x_0) = \dots = f^{(k)}(x_0) = 0$, viszont $f^{(k+1)}(x_0) \neq 0$ valamilyen $k \geq 1$ esetén. Milyen esetekben lesz x_0 az f lokális maximuma, lokális minimuma, illetve inflexiós pontja?
(b) (3 pont) Legyen $f(x) = (x - 3)^5 - (x - 3)^4$. Az $x_0 = 3$ pont lokális maximuma, lokális minimuma, vagy pedig inflexiós pontja f -nek? Válaszát számolással indokolja!

2. Határozza meg a következő függvények második deriváltját:

(a) (2 pont) $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$

(b) (3 pont) $g(x) = \frac{1}{5} \cot(2x - 1)$

3. (5 pont) Határozza meg a c és a d konstansok értékét oly módon, hogy az alábbi f függvény folytonos legyen:

$$f(x) = \begin{cases} c \frac{\sinh(x^2)}{\sinh^2(x)}, & x < 0, \\ d, & x = 0, \\ \frac{\cosh(x^2)}{\cosh^2(x)}, & x > 0. \end{cases}$$

Megj: $\sinh(x)$ a szinusz hiperbolikuszt jelöli, $\cosh(x)$ a koszinusz hiperbolikuszt

4. Legyen $f(x) = xe^{-x}$.

- (1 pont) Számolja ki f első és második deriváltját.
- (1 pont) Határozza meg, hogy az f függvény mely intervallumokon monoton növekvő, illetve monoton csökkenő.
- (1 pont) Határozza meg, hogy az f függvény mely intervallumokon konvex, illetve konkáv.
- (2 pont) Készítsen vázlatos rajzot a függvény grafikonjáról, a lokális szélsőérték-helyek és inflexiós pontok megjelölésével!