B csoport

1	2	3	4	ÖSSZ

Építőmérnöki BSc szak, Matematika A1, 2. ZH., 2017. március 31., 10.15-11.00

Név: .... Neptun kód: ....

Karikázza be a gyakorlatának időpontját: Csüt 12:15-14:00 (K374), Csüt 14:15-16:00 (K371)

1. (a) (2 pont) Mondja ki az f függvény x_0 pontban vett $f'(x_0)$ deriváltjának definícióját (a különbségi hányados határértéke).

   (b) (3 pont) Írja fel azt a határérték-számítási feladatot, ami az $f(x) = x^2$ függvény $f'(5)$ deriváltát adja meg az $x_0 = 5$ pontban az (a)-beli definíció szerint, majd számítsa ki az adódó határértéket definíció szerint (azaz a deriváltakról később tanultak, pl. L'Hospital-szabály használata nélkül).

   Megoldás:

   (a) Lásd szkennelt jegyzet 58. oldal.

   (b) $\lim_{h\to 0} \frac{(5+h)^2-5^2}{h}$ vagy $\lim_{x\to 5} \frac{x^2-5^2}{x-5}$, mind a kettő $f'(5)$-öt adja. Az előbbit a jegyzet 59. oldalának az alján számoltuk ki, az utóbbit az 52. oldal tetején.

2. (1+2+2 pont) Számítsa ki a következő függvények deriváltját:

$$(a)\ f(x) = \frac{x^2 \ln(x)}{\cos(x)} \qquad (b)\ g(x) = \sin^2(x^2) \qquad (c)\ h(x) = x^{1/x}$$

   Megoldás:

   (a) $f'(x) = \frac{(x^2\ln(x))'\cos(x) - x^2\ln(x)\cos'(x)}{\cos^2(x)} = \frac{(2x\ln(x)+x^2\frac{1}{x})\cos(x)+x^2\ln(x)\sin(x)}{\cos^2(x)}$

   (b) $g'(x) = 2\sin(x^2)\cdot(\sin(x^2))' = 2\sin(x^2)\cos(x^2)2x$

   (c) Lásd szkennelt jegyzet 67. oldal teteje.

3. (5 pont) Határozza meg az $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ függvény globális minimumát és globális maximumát az $[2, 5]$ intervallumon.

   Megoldás:

   $f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x-4)$, tehát f kritikus pontjai $x = 0$ és $x = 4$. Ezek közül csak az $x = 4$ esik bele a $[2, 5]$ intervallumba. A szélsőérték-gyanús pontok tehát $x = 2, x = 4, x = 5$, azaz az intervallum végpontjai és az intervallumba eső kritikus pont (lásd szkennelt jegyzet 80. oldal).

   $f(2) = -14$, $f(4) = -30$, $f(5) = -23$

   Tehát a globális minimum -30, a globális maximum -14.

4. (a) (4 pont) Határozza meg, hogy az $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ függvény mely intervallumokon konvex, illetve konkáv.

(b) (1 pont) Rajzon ábrázolja az f függvény grafikonját, az inflexiós pontok megjelölésével.

Megoldás: Nagyon hasonló feladat megoldása a szkennelt jegyzet 88. oldalán (rajz a 89. oldalon)