A csoport

1	2	3	4	ÖSSZ

Építőmérnöki BSc szak, Matematika A1, 1. ZH., 2017. március 3., 10.15-11.00

Név: .... Neptun kód: ....

Karikázza be a gyakorlatának időpontját: Csüt 12:15-14:00 (K374), Csüt 14:15-16:00 (K371)

1. (a) (2 pont) Mondja ki a az a_n sorozat konvergenciájának (küszöbindexes, epszilonos) definícióját!

   (b) (3 pont) Mondja meg az $a_n = \sqrt{\frac{n-4}{n}}$ sorozat határértékét és számolja ki az $\varepsilon = 0.1$ értékhez tartozó küszöbindexet!

   Megoldás:

   i. Lásd szkennelt jegyzet 23. oldal.

   ii. Lásd szkennelt jegyzet 34. oldal.

2. Legyen $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$.

   (a) (2 pont) Adja meg $|z|$ értékét és z trigonometrikus alakját!

   (b) (1 pont) Adja meg z^4 trigonometrikus alakját!

   (c) (2 pont) Adja meg z^4 algebrai alakját!

   Megoldás:

   (a) $|z| = \sqrt{3}$ és $z = \sqrt{3} \cdot (\cos(\pi/3) + i \sin(\pi/3))$

   (b) $z^4 = 9 \cdot (\cos(4\pi/3) + i \sin(4\pi/3))$

   (c) $z^4 = -\frac{9}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2}i$

3. Legyen $A(0,1,-1)$, $B(1,1,0)$ és $C(-1,0,1)$.

   (a) (3 pont) Adja meg az A, B és C pontokon átmenő sík normálvektoros egyenletét!

   (b) (2 pont) Számolja ki az A, B és C pontok által feszített háromszög területét!

   Megoldás:

   (a) $\overrightarrow{AB} = (1,0,1)$ és $\overrightarrow{AC} = (-1,-1,2)$. A sík normálvektora $\underline{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (1,-3,-1)$. Tehát a sík egy lehetséges egyenlete $x - 3y - z = -2$.

   (b) $T = |\underline{n}|/2 = \sqrt{11}/2$.

4. (5 pont) Számolja ki a $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n+2}{5+3n}\right)^{2n-7}$ határértéket!

   Megoldás: Jolly-joker képlettel (lásd szkennelt jegyzet 29. oldal):

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n+2}{5+3n}\right)^{2n-7} = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{-3}{5+3n}\right)^{2n-7} = e^{\lim_{n\to\infty} \frac{-3(2n+7)}{5+3n}} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$