

# DIFFERENCIÁLEGYENLETEK (BEVEZETÉS):

DIFF. EGYENLET: AZ "ISMERETLEN" MOST

EGY FÜGGVÉNY:  $y(x)$

"DIFFERENCIÁL": AZ ISMERETLEN FÜ.

DERIVÁLTÁI IS SZEREPELNEK AZ EGYENLETBEN

MOST CSAK ELSŐRENĐŰ, SZÉTVÁLASZTHATÓ

VÁLTOZÓZÓ

DIFF. EGYEN-  
LETEKET  
NÉZÜNK

CSAK ELSŐ-  
RENĐŰ  
DERIVÁLT  
SZEREPEL.

AZAZ:

$y(x)$  ÉS  $y'(x)$

SZEREPEL,

DE  $y''(x)$  NEM

SZÉT TUDJUK  
VÁLASZTANI AZ  
X-TŐL ÉS Y-TŐL  
FÜGGŐ RÉSZEIT  
ÉS INTEGRÁLÁSSAL  
OLDJUK MEG.

PL: KERESSÜK MEG AZT AZ  $y(x)$   
FÜGGVÉNYT, AMIRE:

$$y'(x) = -2 \cdot y(x)$$
$$y(0) = 3$$

MEGOLDÁS:

$$\frac{dy}{dx} = -2 \cdot y$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{dy}{y} = -2 dx$$

VÁLTOZÓK  
SZÉT VÁLASEZ-  
TÁSA:  
CSAK  $y$   
SZEREPEL A  
BAL OLDALON,  
CSAK  $x$  A  
JOBBI OLDALON

$$\int \frac{dy}{y} = \int -2 dx$$

$$\ln(y) = -2x + C$$

$\Rightarrow$

$$y = e^{-2x} \cdot e^C$$

$$y = K \cdot e^{-2x}$$

$$K = ?$$

$$3 = y(0) = K \cdot e^{-2 \cdot 0} = K, \text{ TEHÁT } K = 3$$

$$\text{MEGOLDÁS: } y(x) = 3 \cdot e^{-2x}$$

178. OLDAL

PL: MÉG EGY SZÉTVÁLASZTHATÓ  
VÁLTOZÓZÓ DIFF. EGYENLET:

$$\boxed{y'(x) = 6 - y(x)/5} \quad \leftarrow \text{DIFF. EGYENLET}$$
$$\boxed{y(0) = 5} \quad \leftarrow \text{KEZDETI FELTÉTEL}$$

MEGO:  $\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{30-y}{5}} \Rightarrow \boxed{\frac{dy}{30-y} = \frac{dx}{5}}$

VÁLTOZÓK SZÉTVÁLASZTÁSA: }  
CSAK  $y$  A BAL OLDALON,  
CSAK  $x$  A JOBB OLDALON }  $\uparrow$

$$\boxed{\int \frac{dy}{30-y} = \int \frac{dx}{5}} \Rightarrow \boxed{-\ln(30-y) = \frac{x}{5} + C}$$

$$\Rightarrow \boxed{30-y = e^{-x/5} \cdot e^C} \Rightarrow \boxed{y(x) = 30 - K \cdot e^{-x/5}}$$

$K = ?$   $5 = y(0) = 30 - K \cdot e^{-0/5} = 30 - K \Rightarrow$

$K = 25 \Rightarrow \boxed{y(x) = 30 - 25 \cdot e^{-x/5}} \quad \leftarrow \text{MEGO.}$

179. OLDAL

## SZÖVEGES FELADAT:

EGY TARTÁLY 10 LITER VIZET  
TARTALMAZ, AMIBEN 5 DKG SÓT  
OLDOTTUNK FEL. A TARTÁLYBA  
2 LITER/PERC RÁTÁVAL  
3 DEKA/LITER KONCENTRÁCIÓJÚ  
SÓ-OLDAT FOLYIK BE FELÜL,  
ÉS ALUL UGYANILYEN RÁTÁVAL  
FOLYIK KI. A TARTÁLYBAN LEVŐ  
SÓOLDAT RÓL T.F.H. MINDIG TÖKÉLE-  
TESEN MEG VAN KEVEREDVE,  
ZELÖLJE  $S(t)$  A TARTÁLY SÓ-  
TARTALMÁT (DEKA'BAN KIFEJEZVE)  
AZ INDULÁS UTÁN  $t$  PERCCEL.

KÉRDÉS:  $S(t) = ?$

MÉGO:  $\frac{dS(t)}{dt} = (\text{BE-RÁTA}) - (\text{KI-RÁTA})$

$$(\text{BE-RÁTA}) = \left( 2 \frac{\text{LITER}}{\text{PERC}} \right) \cdot \left( 3 \frac{\text{DEKA}}{\text{LITER}} \right) =$$

$$= 6 \frac{\text{DEKA}}{\text{PERC}}$$

SÓ-KONCENTRÁCIÓ A TARTÁLYBAN

A  $t$  IDŐPONTBAN:  $\frac{S(t)}{10} \frac{\text{DEKA}}{\text{LITER}}$

(KI-RÁTA) =

$$= \left( \frac{S(t)}{10} \frac{\text{DEKA}}{\text{LITER}} \right) \cdot \left( 2 \frac{\text{LITER}}{\text{PERC}} \right) = \frac{S(t)}{5} \frac{\text{DEKA}}{\text{PERC}}$$

TEHÁT:

$$\frac{dS(t)}{dt} = (\text{BE-RÁTA}) - (\text{KI-RÁTA}) = 6 - \frac{S(t)}{5}$$

$$S'(t) = 6 - S(t)/5$$

$$S(0) = 5$$

← DIFF. EGYENLET

← KEZDETI FELTÉTEL

EZT OLDOTTUK MEG A 179. OLDALON!

TEHÁT:  $S(t) = 30 - 25 \cdot e^{-t/5}$

181. OLDAL