

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

ELŐADÓ: Bálint Péter

Valószínűségszámítás vizsga, 2018. jan. 3.

Munkaidő: 100 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.

Az elérhető maximum (a bónusszal együtt): 110 pont, de már 100 pont is 100%-os eredménynek számít.

- Elm. 1.** (a) Mit értünk az alatt, hogy az A, B és C események *teljesen* függetlenek? (4 pont)
(b) Mutasson példát olyan A, B és C eseményekre, amelyek páronként függetlenek, de nem teljesen függetlenek. (8 pont)

- Elm. 2.** (a) Hogyan definiáljuk egy X valószínűségi változó eloszlásfüggvényét? Milyen tulajdonságok jellemzik az eloszlásfüggvényeket? Bizonyítsuk be ezeket a tulajdonságokat! (11 pont)
(b) Legyen Y egy abszolút folytonos eloszlású, nemnegatív valószínűségi változó, véges várható értékkel. Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{E}Y = \int_0^\infty \mathbb{P}(Y > y) dy$. (6 pont)

- Elm. 3.** (a) Hogyan definiáljuk egy valószínűségi változó szórásnégyzetét? (3 pont)
(b) Mondja ki és bizonyítsa be a Steiner tételt! (8 pont)

Gyak. 1. Tízszor feldobunk egy szabályos dobókockát.

- (a) Mi a valószínűsége, hogy az 1, 2, ..., 6 eredmények mindegyike (legalább egyszer) előfordul? (10 pont)
(b) Jelölje X , hogy a 10 kockadobás során hányféle különböző eredmény fordul elő. (Tehát ha pl. az előző részfeladat kérdésére a válasz „igen”, akkor $X = 6$; másrészt, ha pl. az összes dobás 4, akkor $X = 1$.) $\mathbb{E}(X) = ?$ (10 pont)

Bónusz $Var(X) = ?$ (10 pont)

Gyak. 2. Feldobunk egy szabályos pénzérmét. Ha az eredmény „Fej”, a $(0, 0), (1, 0), (1, 2), (0, 2)$ csúcspontú téglalapon választunk egyenletes eloszlással egy pontot; ha az eredmény „Írás”, akkor viszont a $(0, 0), (2, 0), (2, 1), (0, 1)$ csúcspontú téglalapon választunk, szintén egyenletes eloszlással. Jelölje az (X, Y) valószínűségi változó pár az így kapott pont koordinátáit.

- (a) Határozza meg X várható értékét (4 pont) és szórásnégyzetét (8 pont)!
(b) $Cov(X, Y) = ?$ (8 pont)

Gyak. 3. A lázadók űrhajóját, a „Likelihood Eagle”-t teljes tűzzel támadja a gonosz Determinisztikus Birodalom droid-hadserege. Az Eagle a lézersugarak többségét ügyesen hárítja, óránként átlagosan két találat azonban mégis éri a hajót.

- (a) Mi a valószínűsége, hogy másfél órán belül legalább három találat éri az Eagle-t? (6 pont)
(b) A felmentő sereg a csata kezdetét követően 55 órával érkezik. Mi a valószínűsége, hogy ez alatt az idő alatt az Eagle-t kevesebb, mint 100 találat éri? Használjuk a Centrális Határeloszlás-tételt! Standard normális eloszlás a hátoldalon. (14 pont)

