(a) $X$ = az adag levesbe kerülő áfonyák száma

$X|\alpha \sim Poi\left(\frac{3}{2}\right) \qquad X|\beta \sim Poi(2)$

$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - \mathbb{P}(X=0) - \mathbb{P}(X=1)$

$\mathbb{P}(X=0) = e^{-3/2} \cdot \mathbb{P}(\alpha) + e^{-2} \cdot \mathbb{P}(\beta) = e^{-3/2} \cdot 0{,}7 +$

$+ e^{-2} \cdot 0{,}3$

$\mathbb{P}(X=1) = \frac{3}{2} e^{-3/2} \cdot 0{,}7 + 2 \cdot e^{-2} \cdot 0{,}3$

(b) $Y$ 3 dl-ben az áfonyák száma

$\mathbb{P}(X=0 \mid Y=0) = \dfrac{\mathbb{P}(X=0)}{\mathbb{P}(Y=0)} = \dfrac{e^{-3/2} \cdot 0{,}7 + e^{-2} \cdot 0{,}3}{e^{-9/10}\, 0{,}7 + e^{-6/5} \cdot 0{,}3} = \dots$

$\{X=0\} \subset \{Y=0\}$

$Y|\alpha \sim Poi(9/10) \qquad Y|\beta \sim Poi(6/5)$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \qquad 2 \cdot \frac{3}{5} \sim 6/5$

③ (a) egy kísérlet: egy dobás a két kockával

$A_1 = \{$ András nyer az első kísérletben $\}$ $\quad \mathbb{P}(A_1) = 5/12$

$B_1 = \{$ Béla —"— $\}$ $\quad \mathbb{P}(B_1) = \frac{1}{6}$

$D_1 = \{$ az első kísérlet döntetlen $\}$ $\quad \mathbb{P}(D_1) = 5/12$

$C = \{$ András megnyeri a játékot $\}$

$$\boxed{\mathbb{P}(C) = \frac{\mathbb{P}(A_1)}{\mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(B_1)}} \qquad \mathbb{P}(C) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{12}\right)^i = \frac{1/6}{1 - 5/12}$$

igazságos $\Leftrightarrow$ $(-100)(1 - \mathbb{P}(C)) + x \cdot \mathbb{P}(C) = 0 \Rightarrow \boxed{x}$

(b)

egy kísérlet: egy páratlan és egy páros dobás;

$\mathbb{P}(\tilde{A}_1) = \frac{5}{12} + \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{6} = \mathbb{P}($első dobásnál $Z > S) + \mathbb{P}($első dobásnál $S > Z$ majd másodiknál $S = Z) = \frac{60 + 10}{144} = \frac{70}{144}$

$\mathbb{P}(\tilde{B}_1) = \frac{1}{6} + \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} = \mathbb{P}($első dobásnál $S = Z) + \mathbb{P}($elsőnél $S > Z$ majd másodiknál $Z > S) = \frac{24 + 5}{144} = \frac{29}{144}$

5.15 (b) Anna nyer $\Leftrightarrow$ páratlan sok dobás után ér véget a játék

Azaz a második Fej előfordulása egy páratlan sorszámú kísérletben:

$$P(\text{első Fej sorszáma } k \mid \text{második F sorszáma } n) = \frac{q^{n-2}\cdot p^2}{(n-1)\,q^{n-2}\cdot p^2} = \boxed{\frac{1}{n-1}}$$

$(0<k<n)$ $k=1,2,\ldots,(n-1)$

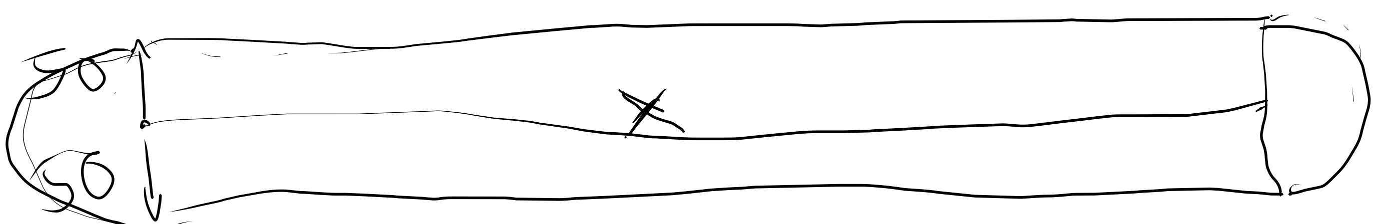
$$P(\text{Bori dobta az első Fejet} \mid \text{Anna dobta a másodikat}) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n} \overbrace{P(\text{első Fej } 2k \text{ dobásra} \mid \text{második Fej a } 2n+1 \text{ dobásnál})}^{\frac{1}{2n}} \cdot P(\text{második Fej a } 2n+1 \text{ dobásra} \mid \text{Anna dobja a másodikat})$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\left( \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{2n} \right)} \cdot \mathbb{P}(\text{második Fazekas dobja az elsőt} \mid \text{Anne nyer})$$

$$= 1/2 \cdot \boxed{\sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{P}( \ldots \mid \ldots )} = 1/2$$

5.11




$$t = 100 \cdot x + 50^2 \pi$$

$$e^{-\boxed{t \cdot 3 \cdot 10^{-6}}} = 0,3 =$$

$$= \mathbb{P}(\text{nem értesül})$$