Építőmérnöki Matematika MSc vizsga; 2022.01.11. 9:10–10:40. Minden feladat 15 pont.

1. Tekintse az alábbi *hővezetési problémát*. Határozza meg az $u(x,t)$ függvényt!

$$\begin{array}{ll} u'_t = 4u''_{xx} & 0 \le x \le 3, t \ge 0; \\ u(0,t) = u(3,t) = 0 & t \ge 0; \\ u(x,0) = \sin(\pi x) + \cos(\frac{\pi}{3}x)\sin(\frac{2\pi}{3}x) & 0 \le x \le 3. \end{array}$$

2. Keresse meg a $(-4,4), (-2,2), (0,1), (1,-1)$ és $(5,-7)$ pontokra legkisebb négyzetes értelemben legjobban illeszkedő egyenes egyenletét!

3. Hozza kanonikus alakra a következő kvadratikus alakot és *rajzolja le* a megfelelő kúpszeletet!

$$37x^2 + 18xy + 13y^2 = 40.$$

4. Tekintse az $\overrightarrow{F}(\mathbf{r}) = \overrightarrow{F}(x,y) = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$ vektormezőt. (a) Síkbeli Curl-teszt segítségével döntse el, potenciálos-e $\overrightarrow{F}(\mathbf{r})$. (b) Határozza meg az $\int\limits_\gamma \overrightarrow{F} d\mathbf{r}$ vonalintegrált a $\gamma : \mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t);\ 0 \le t \le 2\pi$ görbe mentén!

5. Legyen $\mathcal{F}$ az ABC háromszög, felfelé mutató normálissal, ahol $A(2,-1,5);\ B(5,-1,5);\ C(2,1,5)$. Legyen továbbá $\overrightarrow{F} = (1,4,-3)$ konstans vektormező. Számoljuk ki a $\iint\limits_{\mathcal{F}} \overrightarrow{F} d\overrightarrow{A}$ felületi integrált!

6. Határozza meg a $\overrightarrow{G}(\mathbf{r}) = \overrightarrow{G}(x,y) = (2y, 3x)$ síkbeli vektormező vonalintegrálját az $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 16$ körvonal mentén! (Segítség: lehet definíció szerint is, de gyorsabb Green tételt használva.)

Építőmérnöki Matematika MSc vizsga; 2022.01.11. 9:10–10:40. Minden feladat 15 pont.

1. Tekintse az alábbi *hővezetési problémát*. Határozza meg az $u(x,t)$ függvényt!

$$\begin{array}{ll} u'_t = 4u''_{xx} & 0 \le x \le 3, t \ge 0; \\ u(0,t) = u(3,t) = 0 & t \ge 0; \\ u(x,0) = \sin(\pi x) + \cos(\frac{\pi}{3}x)\sin(\frac{2\pi}{3}x) & 0 \le x \le 3. \end{array}$$

2. Keresse meg a $(-4,4), (-2,2), (0,1), (1,-1)$ és $(5,-7)$ pontokra legkisebb négyzetes értelemben legjobban illeszkedő egyenes egyenletét!

3. Hozza kanonikus alakra a következő kvadratikus alakot és *rajzolja le* a megfelelő kúpszeletet!

$$37x^2 + 18xy + 13y^2 = 40.$$

4. Tekintse az $\overrightarrow{F}(\mathbf{r}) = \overrightarrow{F}(x,y) = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$ vektormezőt. (a) Síkbeli Curl-teszt segítségével döntse el, potenciálos-e $\overrightarrow{F}(\mathbf{r})$. (b) Határozza meg az $\int\limits_\gamma \overrightarrow{F} d\mathbf{r}$ vonalintegrált a $\gamma : \mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t);\ 0 \le t \le 2\pi$ görbe mentén!

5. Legyen $\mathcal{F}$ az ABC háromszög, felfelé mutató normálissal, ahol $A(2,-1,5);\ B(5,-1,5);\ C(2,1,5)$. Legyen továbbá $\overrightarrow{F} = (1,4,-3)$ konstans vektormező. Számoljuk ki a $\iint\limits_{\mathcal{F}} \overrightarrow{F} d\overrightarrow{A}$ felületi integrált!

6. Határozza meg a $\overrightarrow{G}(\mathbf{r}) = \overrightarrow{G}(x,y) = (2y, 3x)$ síkbeli vektormező vonalintegrálját az $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 16$ körvonal mentén! (Segítség: lehet definíció szerint is, de gyorsabb Green tételt használva.)