Építőmérnöki Matematika MSc vizsga; 2021.12.21. 9:10–10:40. Minden feladat 15 pont.

1. Az $u(x,t)$ függvény a **végtelen** rezgő húr egyenletét teljesíti: $u_{tt} = 4u_{xx}$ $(t > 0, x \in \mathbb{R})$,
$u(x,0) = 0$ $(x \in \mathbb{R})$ és $u_t(x,0) = \begin{cases} 3 & \text{ha } 0 \le x \le 10, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$ $u(-1,2) = ?$

2. (a) Írja fel az $\mathbb{R}^2$-ből az $y = -\frac{x}{3}$ egyenesre való merőleges vetítés mátrixát, majd (b) határozza meg a $P = (1,2)$ pontnak a merőleges vetületét erre az egyenesre!

3. Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Határozza meg az e^A mátrixot!

4. Tekintsük az $\overrightarrow{F}(\mathbf{r}) = \overrightarrow{F}(x,y,z) = (4x^3y^3z^2 + 2xz, 3x^4y^2z^2, 2x^4y^3z + x^2)$ vektormezőt.
   (a) Döntse el, potenciálos-e $\overrightarrow{F}(\mathbf{r})$!
   (b) Legyen γ a $C = (1,-1,1)$ pontból induló, $D = (-1,2,2)$ pontban végződő egyenes szakasz. Határozza meg a $\int_\gamma \overrightarrow{F} d\mathbf{r}$ vonalintegrált!

5. Legyen $\mathcal{F}$ az $\{(x,y,z) : x^2 + y^2 = \frac{1}{9},\ 0 \le z \le 1\}$ *körhenger* alakú cső palástja. Tekintse a $\overrightarrow{G}(\mathbf{r}) = \overrightarrow{G}(x,y,z) = (xz + e^y \cos z, yz + \sin(x^3 + z^4), 1 - z^2)$ vektormezőt. Határozza meg a Gauss tétel segítségével az $\iint_{\mathcal{F}} \overrightarrow{G}\, d\overrightarrow{A}$ felületi integrált! (Figyelem, $\mathcal{F}$ nem tartalmazza a körhenger alakú csövet alulról és felülről lezáró körlapokat!)

6. Tekintse a síkon az $r(\varphi) = 1 - \sin(2\varphi)$; $\frac{\pi}{4} \le \varphi \le \frac{5\pi}{4}$ polárkoordinátás alakban adott zárt görbét, és határozza meg a görbe által határolt tartomány területét!

Építőmérnöki Matematika MSc vizsga; 2021.12.21. 9:10–10:40. Minden feladat 15 pont.

1. Az $u(x,t)$ függvény a **végtelen** rezgő húr egyenletét teljesíti: $u_{tt} = 4u_{xx}$ $(t > 0, x \in \mathbb{R})$,
$u(x,0) = 0$ $(x \in \mathbb{R})$ és $u_t(x,0) = \begin{cases} 3 & \text{ha } 0 \le x \le 10, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$ $u(-1,2) = ?$

2. (a) Írja fel az $\mathbb{R}^2$-ből az $y = -\frac{x}{3}$ egyenesre való merőleges vetítés mátrixát, majd (b) határozza meg a $P = (1,2)$ pontnak a merőleges vetületét erre az egyenesre!

3. Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Határozza meg az e^A mátrixot!

4. Tekintsük az $\overrightarrow{F}(\mathbf{r}) = \overrightarrow{F}(x,y,z) = (4x^3y^3z^2 + 2xz, 3x^4y^2z^2, 2x^4y^3z + x^2)$ vektormezőt.
   (a) Döntse el, potenciálos-e $\overrightarrow{F}(\mathbf{r})$!
   (b) Legyen γ a $C = (1,-1,1)$ pontból induló, $D = (-1,2,2)$ pontban végződő egyenes szakasz. Határozza meg a $\int_\gamma \overrightarrow{F} d\mathbf{r}$ vonalintegrált!

5. Legyen $\mathcal{F}$ az $\{(x,y,z) : x^2 + y^2 = \frac{1}{9},\ 0 \le z \le 1\}$ *körhenger* alakú cső palástja. Tekintse a $\overrightarrow{G}(\mathbf{r}) = \overrightarrow{G}(x,y,z) = (xz + e^y \cos z, yz + \sin(x^3 + z^4), 1 - z^2)$ vektormezőt. Határozza meg a Gauss tétel segítségével az $\iint_{\mathcal{F}} \overrightarrow{G}\, d\overrightarrow{A}$ felületi integrált! (Figyelem, $\mathcal{F}$ nem tartalmazza a körhenger alakú csövet alulról és felülről lezáró körlapokat!)

6. Tekintse a síkon az $r(\varphi) = 1 - \sin(2\varphi)$; $\frac{\pi}{4} \le \varphi \le \frac{5\pi}{4}$ polárkoordinátás alakban adott zárt görbét, és határozza meg a görbe által határolt tartomány területét!