Építőmérnöki Matematika MSc vizsga 2020. január 21-én 9.10-től 10.40-ig

1. Az $u(x,t)$ függvény **véges** rezgő húr egyenletét teljesíti: $u_{tt} = u_{xx}$ $(t > 0, 0 < x < 4)$,
$u(x,0) = \begin{cases} x & \text{ha } 0 \le x \le 2, \\ 4 - x & \text{ha } 2 \le x \le 4 \end{cases}$ és $u_t(x,0) = 0$ $(0 \le x \le 4)$.
Határozzuk meg **d'Alambert módszerével** $u(1,3)$ értékét!

2. (a) Írjuk fel az $\mathbb{R}^3$-ból az $x + y + z = 0$ síkra való merőleges vetítés mátrixát, majd (b) határozzuk meg a $P = (2,0,1)$ pontnak a merőleges vetületét erre a síkra.

3. Hozzuk kanonikus alakra a $9x^2 - 4xy + 6y^2 = 10$ kvadratikus alakot és rajzoljuk le a megfelelő kúpszeletet.

4. Számoljuk ki a $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (e^{x+2y+3z}, 2e^{x+2y+3z}, 3e^{x+2y+3z})$ vektormező vonalintegrálját a
$\gamma : \mathbf{r}(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t, t(2\pi - t));\ 0 \le t \le 2\pi$ görbe mentén. (Segítség: keressünk potenciált.)

5. Tekintsük a $\overrightarrow{G}(x,y,z) = (x + y, x - y, z)$ vektormezőt, valamint az
$\mathcal{F} : \mathbf{r}(u,v) = (u, v, 2u + 3v);\ 0 \le u \le 1, 0 \le v \le 1$ felületet **lefelé mutató** normálvektorral irányítva.
$\iint\limits_{\mathcal{F}} \overrightarrow{G}\, d\overrightarrow{A} = ?$

6. $\int\limits_{\gamma} \overrightarrow{F}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = ?$ ha $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (x^2y + y + e^x \sin z, -x + \frac{x^3}{3} - e^y, \sin(xyz))$ és γ az (x,y) síkban felvő, origó körüli 2 sugarú kör, óramutató járásával ellentétes (pozitív) irányítással. (Segítség: Stokes tétel, és a curl-nek csak a felület normálisával párhuzamos komponense számít.)

Építőmérnöki Matematika MSc vizsga 2020. január 21-én 9.10-től 10.40-ig

1. Az $u(x,t)$ függvény **véges** rezgő húr egyenletét teljesíti: $u_{tt} = u_{xx}$ $(t > 0, 0 < x < 4)$,
$u(x,0) = \begin{cases} x & \text{ha } 0 \le x \le 2, \\ 4 - x & \text{ha } 2 \le x \le 4 \end{cases}$ és $u_t(x,0) = 0$ $(0 \le x \le 4)$.
Határozzuk meg **d'Alambert módszerével** $u(1,3)$ értékét!

2. (a) Írjuk fel az $\mathbb{R}^3$-ból az $x + y + z = 0$ síkra való merőleges vetítés mátrixát, majd (b) határozzuk meg a $P = (2,0,1)$ pontnak a merőleges vetületét erre a síkra.

3. Hozzuk kanonikus alakra a $9x^2 - 4xy + 6y^2 = 10$ kvadratikus alakot és rajzoljuk le a megfelelő kúpszeletet.

4. Számoljuk ki a $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (e^{x+2y+3z}, 2e^{x+2y+3z}, 3e^{x+2y+3z})$ vektormező vonalintegrálját a
$\gamma : \mathbf{r}(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t, t(2\pi - t));\ 0 \le t \le 2\pi$ görbe mentén. (Segítség: keressünk potenciált.)

5. Tekintsük a $\overrightarrow{G}(x,y,z) = (x + y, x - y, z)$ vektormezőt, valamint az
$\mathcal{F} : \mathbf{r}(u,v) = (u, v, 2u + 3v);\ 0 \le u \le 1, 0 \le v \le 1$ felületet **lefelé mutató** normálvektorral irányítva.
$\iint\limits_{\mathcal{F}} \overrightarrow{G}\, d\overrightarrow{A} = ?$

6. $\int\limits_{\gamma} \overrightarrow{F}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = ?$ ha $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (x^2y + y + e^x \sin z, -x + \frac{x^3}{3} - e^y, \sin(xyz))$ és γ az (x,y) síkban felvő, origó körüli 2 sugarú kör, óramutató járásával ellentétes (pozitív) irányítással. (Segítség: Stokes tétel, és a curl-nek csak a felület normálisával párhuzamos komponense számít.)