

Sztochasztikus rendszerek matematikája

1. gyakorlat

2017. szeptember 12.: 2-4; 4-6 és szeptember 14.: 2-4

- [A] Normalitás vizsgálat
- [B] Konfidencia intervallum a várhatóértékre
- [C] Hipotézis adott várhatóértékre
- [D] Hipotézis várhatóértékek azonosságára
- [E] Várhatóérték azonosság, egyoldali ellenhipotézis
- [F] Varianciák egyenlősége
- [G] ANOVA : csoport várhatóértékek egyenlősége

[A] Normalitás vizsgálat

QQ ábra

x-tengely: rendezett minta

y-tengely: a standard normális eloszlás $k/(n + 1)$ kvantilisei

[B] Konfidencia intervallum a várhatóértékre

Az intervallum középpontja a mintaátlag

$$\text{sugara az } qt(1 - \alpha/2, n - 1) * s/\sqrt{n}$$

itt $qt(\cdot, n - 1)$ a t_{n-1} kvantilis függvénye

$1 - \alpha$ a megbízhatósági szint

$$s^2 = v = \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2 / (n - 1)$$

n a megfigyelésszám

[C] Hipotézis adott várhatóértékre

A hipotézisek: $H_0 : \mu = m, H_1 : \mu \neq m$

Próba függvény: a $d = (\bar{x} - m)/(s/\sqrt{n})$

küszöbérték: $qt(1 - \alpha/2, n - 1)$

[D] Hipotézis várhatóértékek azonosságára

A hipotézisek: $H_0 : \mu_x = \mu_y$, $H_1 : \mu_x \neq \mu_y$

Próba függvény: a $d = (\bar{x} - \bar{y})/s_*$

ha a szórás azonosnak feltételezhető: akkor $s_*^2 = v_*$ ahol $v_* = \frac{\sum_{j=1}^{n_x} (x_j - \bar{x})^2 + \sum_{\ell=1}^{n_y} (y_\ell - \bar{y})^2}{n_x + n_y - 2} \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)$

a küszöbérték: $qt(1 - \alpha/2, n_x + n_y - 1) * s_*$

ha a szórás nem azonos: akkor $s_*^2 = v_x/n_x + v_y/n_y$

a küszöbérték: $qt(1 - \alpha/2, df) * s_*$ ahol a df szabadságfok:

$$df = \left(\left(\frac{v_x}{v_x + v_y} \right)^2 / (n_x - 1) + \left(\frac{v_y}{v_x + v_y} \right)^2 / (n_y - 1) \right)^{-1}$$

ahol $v_{\bar{x}} = v_x/n_x$ és $v_{\bar{y}} = v_y/n_y$ az átlagok tapasztalati varianciája

[E] Várhatóérték azonosság, egyoldalú ellenhipotézis

Csak a küszöbérték változik

azonos: $qt(1 - \alpha, n_x + n_y - 1) * s_*$

különböző: $qt(1 - \alpha, df) * s_*$

[F] Varianciák egyenlősége

A hipotézisek: $H_0 \sigma_x = \sigma_y$, $H_1 \sigma_x \neq \sigma_y$

Próba függvény: $d = v_x/v_y$

itt $v_x = s_x^2$ és $v_y = s_y^2$ a két megfigyeléscsoport korrigált tapasztalati szórásnégyzete

A hányados konfidencia tartománya

$$d * c(qf(\alpha/2, n_x - 1, n_y - 1), qf(1 - \alpha/2, n_x - 1, n_y - 1))$$

[G] ANOVA : csoport várhatóértékek egyenlősége

A csoportok száma $g = 2$; csoportonként a mintaelemszám: $n_1 + \dots + n_g = n$

A csoportok közepek eltérése: a $ss_g = \sum_{k=1}^g n_k (\bar{x} - \bar{x}_{|k})^2$

A csoportokon belüli össz-eltérés: a $ss_h = \sum_{k=1}^g \sum_{j=1}^{n_k} ((x_{|k})_j - \bar{x}_{|k})^2$

Teszt statisztika $d = \frac{ss_g/(g-1)}{ss_h/(n-g)}$

egyenlő átlag esetén kicsi

Küszöbérték: $qF(1 - \alpha/2, g - 1, n - g)$