

# Sztochasztikus rendszerek matematikája

## 1.vizsga - Feladatok

2016. január 7.

Név:

Neptun Kód:

E	1	2	3	4	5	$\Sigma$

1. Egy kísérletben azt vizsgálták, hogy a "játékfüggő" emberek egy hét alatt mennyi időt töltenek a számítógép előtt. 10 "játékfüggő" embert kérdeztek meg, ők átlagosan 25 órát töltenek a számítógép előtt. Adjon szimmetrikus konfidencia intervallumot a számítógép előtt eltöltött idő várható értékére 95%-os szinten, ha a szórás 3 óra! (Segítségül, a standard normális eloszlás hiányzó kritikus értéke 1,96.) (10 pont)

2. A Szeged környéki termál kutak mélysége (X) és hőmérséklete (Y) közötti összefüggést 15 kút mérési eredményei alapján vizsgálták. A lineáris korreláció- és regresszió-számítás néhány részeredménye:

$$\bar{x} = 1300m \quad \bar{y} = 63C^\circ \quad \sum x_i y_i = 208$$
$$\sum x_i^2 = 5200 \quad \sum y_i^2 = 9 \quad \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = 8,32.$$

- Számítsa ki a lineáris regresszió-függvény paramétereit!
- Értelmezze a regressziós együtthatókat!
- Vizsgálja meg, milyen szoros a kapcsolat a termálkutak mélysége és hőmérséklete között!

(10 pont)

3. Tekintsük az

$$X_t + \frac{5}{6}X_{t-1} + \frac{1}{6}X_{t-2} = 2\varepsilon_t - \frac{1}{3}\varepsilon_{t-1}$$

egyenlettel definiált ARMA folyamatot. Stabil-e, ill. invertálható-e ez az ARMA folyamat? Adjuk meg a folyamat kauzális mozgóátlag és autoregresszív előállítását, ha van neki! (20 pont)

4. Kocka, a kutyám általában vagy harapós kedvében van, vagy jókedvűen ugrabugrál, vagy csendben ül a háza előtt. Ezek az állapotok átlagosan 20, 10 ill. 15 percig tartanak. Ha harapós kedvében van vagy jókedvűen ugrabugrál, utána mindig egy ideig csendben ül a háza előtt. Ha csendben ült, utána 3-szor olyan valószínű, hogy jókedvűen ugrabugrálni fog, mint hogy harapós kedvében lesz. Írja fel ennek a folytonos idejű Markov folyamatnak a rátamátrixát! Stabil-e ez a folytonos idejű Markov-lánc? (Indoklást is kérek.) Juli, egy jóbarátom ma este meglátogat. Mi az esélye annak, hogy amikor megérkezik, Kocka éppen harapós kedvében lesz? És annak, hogy jókedvűen ugrabugrálni fog? (20 pont)

5. Egy kisvárosban a padon ülök és egy jóbarátomra várok. Átlagosan 2 percenként elmegy előttem valaki kerékpárral, a kerékpárosok közelítőleg Poisson folyamat szerint érkeznek.

- Ha most ment el egy kerékpáros, akkor mi az esélye annak, hogy a következő kerékpáros 1 percen belül megérkezik? És annak, hogy csak több mint 4 perc múlva? És ha nem láttam, hogy mikor ment el az előző?
- Mi az esélye annak, hogy a következő 4 percben pontosan 2 kerékpáros érkezik?

(10 pont)

Pontozás: 10 + 10 + 20 + 20 + 10 = 70 pont

Tiszta munkaidő: 50 perc.

# Sztocasztikus rendszerek matematikája

Név:

## 1. vizsga - Elmélet

Neptun Kód:

1. Mit nevezünk egy mátrix spektrál- (vagy szinguláris érték-) felbontásának?
2. Definiálja a többszörös determinációs együtthatót és korrigált változatát! Miért van szükség a korrekcióra?
3. Fogalmazza meg a logisztikus regresszió alapfeladatát, majd vázolja a modell felépítésének menetét! Hogyan mérjük a modell eredményességét?
4. Fogalmazza meg az  $MA(q)$  folyamat definícióját! Milyen feltételek mellett lesz egy  $MA(q)$  folyamat invertálható?

5. Mit jelent az, hogy egy folyamat egységgyök folyamat?

6. Írja fel a diszkrét idejű Markov láncokra vonatkozó Chapman-Kolmogorov egyenletet (a jelölések magyarázatával együtt)!

7. Milyen módon tudunk Poisson folyamatot generálni?

8. Fogalmazza meg a Poisson folyamatra vonatkozó sűrűségi és ritkasági feltételt!

Pontozás:  $8 \cdot 5 = 40$  pont

Tiszta munkaidő: 40 perc.