

NÉV: _____

NEPTUN KÓD: _____

Matematika A3k

Minta vizsga

2023. xx. xx.

I. rész. Ebben a részben minden helyes válasz 3 pontot ér. Indokolni csak akkor kell, ha a feladat ezt kéri. A választ a keretbe írjuk!

1. Adja meg a $z = (-1)^i$ komplex szám főértékét!

$z =$

2. Adja meg a $z = e^{(1+7\pi i)}$ komplex szám algebrai alakját!

$z =$

3. Írja le, egy $f(z)$ komplex függvény z_0 pontbeli differenciálhatóságának és folytonosságának kapcsolatáról tanult tételt!

4. Milyen kapcsolat van az $u(x, y)$ és $v(x, y)$ függvények között a (x_0, y_0) pontban, ha az $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ komplex függvény differenciálható a $z_0 = x_0 + iy_0$ pontban.

5. Számítsa ki az $\oint z^{2023} dz$ integrált a $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ csúcspontú háromszög mentén!

$\oint z^{2023} dz =$

6. Fogalmazza meg egy $f(z)$ komplex függvények G görbementi integrálhatóságának definícióját!

7. Adja meg az $f(z) = \frac{e^z}{z-\pi i}$ függvénynek a komplex számsík origó középpontú 5π sugarú körén vett integrálját, ha a görbe irányítása negatív!

Az integrál =

8. Mondja ki a "Függvények deriváltjának Laplace-transzformáltja" néven ismert tételt!

9. Adja meg az $f(t) = te^t$ függvény Laplace-transzformáltját!

$\mathcal{L}(te^t) =$

10. Adja meg az $F(p) = \frac{1}{(p-1)(p-2)}$ komplex függvény inverz Laplace-transzformáltját!

$$\mathcal{L}^{-1}(F(p)) =$$

11. Mikor mondjuk, hogy egy m -változós valós f függvény az R^m tér egy D részhalmazán eleget tesz az i -dik változójában a Lipschitz-feltételnek.

12. Döntse el, hogy az alábbi differenciálegyenletek közül melyek szétválasztható változójúak!

A: $y' = \sin(x + y) - \cos x \sin y$

B: $\frac{y'}{y} = e^x$

C: $y' = x + y$

13. Adja meg az $y' = xy$, $y(0) = 2$ Taylor-típusú kezdeti érték problémának a megoldását!

$$y(x) =$$

14. Döntse el, hogy az alábbi differenciálegyenletek közül melyek egzaktak!

A: $e^{x+y} + e^{x-y}y' = 0$

B: $2xe(x^2 + y) + y'e(x^2 + y) = 0$

C: $x^2 + y^2y' = 0$

15. Döntse el, hogy az $e^x + e^{x-y}y' = 0$ differenciálegyenlettel kapcsolatos alábbi állítások közül melyek igazak!

A: A differenciálegyenletnek van csak x -től függő multiplikátora.

B: A differenciálegyenletnek van csak y -től függő multiplikátora.

16. Számítsa ki az $f_1(x) = e^x$, $f_2(x) = x$, $f_3(x) = x^2$ függvények $W(x)$ Wronski-determinánsát!

$$W(x) =$$

17. Döntse el, hogy az alábbi függvényrendszerek közül melyik az $y^{(3)} + y' = 0$ differenciálegyenlet alaprendszere!

A: $1, e^x, e^{-x}$

B: $x, \sin x, \cos x$

C: $1, \sin x, \cos x$

18. Definiálja az egzakt differenciálegyenlet fogalmát!

19. Adja meg a $y'' + 4y' + 4y = 0$ differenciálegyenlet alaprendszerét!

20. Adja meg az $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}$ d.e. egy $y_p(x)$ partikuláris megoldását!

$y_p(x) =$

21. Definiálja n elem k -adosztályú ismétlés nélküli variációjának fogalmát!

22. Adja meg annak a ξ valószínűségi változónak az $M(\xi)$ várható értékét, amely az $x_1 = 18$, $x_2 = -1$, $x_3 = 6$ értékeket veszik fel, és $P(\xi = 18) = \frac{1}{9}$, $P(\xi = -1) = \frac{1}{3}$, $P(\xi = 6) = \frac{5}{9}$!

$M(\xi) =$

23. Mondja ki a Bayes-tételt!

24. Definiálja a diszkrét valószínűségi változó fogalmát!

25. Fejezze ki egy folytonos ξ valószínűségi változó x_0 pontban differenciálható $F_\xi(x)$ eloszlásfüggvényének x_0 pontbeli differenciálhányadosát az $f_\xi(x)$ sűrűségfüggvénnyel!

II. rész. Ebben a részben (a dolgozat hátlapján) tételeket kell ismertetni és bizonyítani.

- A. Vezesse le az $f(t) = e^{at}$ függvény Laplace-transzformáltját! (11 pont)
- B. Mondja ki és bizonyítsa be a teljes valószínűség tételét! (14 pont)