

### Hármas Integrál kiszámítása

Egy  $V$  térbeli tartomány térfogata egyenlő az  $f(x, y, z) \equiv 1$  függvény  $V$ -n vett hármass integráljával. Ennek alkalmazásával számítsa ki az alábbi felületek által határolt  $V$  térbeli tartomány térfogatát!

46.  $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 2,$  47.  $y = 0, y = 2, z = 0, z = 2 - 2x^2,$   
 48.  $y = 0, y = x^2 - 4, z = 0, z = y + 8,$  49.  $z = -x, z = x, y^2 = 2 - x,$   
 50.  $x = 0, z = 0, y^2 = 4 - x, z = y + 2,$  51.  $x^2 = y + z, y = 0, z = 0, x = 2,$   
 52.  $y^2 = z, y = z^3, z = x, y^2 = 2 - x,$  53.  $y = x^2, z^2 = 4 - y.$

Számítsuk ki az alábbi felületekkel határolt tartományokon a megadott  $f(x, y, z)$  függvények hármass integrálját.

54.  $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  ( $a, b, c > 0$ );  $f(x, y, z) = z,$   
 55.  $x = 0, y = 0, z = 0, \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a};$   $f(x, y, z) = z,$   
 56.  $z = 0, x^2 + z = 1, y^2 + z = 1;$   $f(x, y, z) = z^2.$

85. Hengerkoordinátákra térve számítsuk ki az alábbi integrált!

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \int_0^a z \sqrt{x^2 + y^2} dz dy dx.$$

Térbeli polárkoordinátákra való áttéréssel számítsuk ki az alábbi integrált!

97.  $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dv,$   $V$  az  $x^2 + y^2 + z^2 = z$  felülettel határolt tartomány,