

MATEMATIKA A2a – Vizsgakérdések; KJK (Zárójelben a vizsgán szereplő bizonyítások témái szerepelnek.)

1. Lineáris tér. Lineárisan független vektorrendszer. Generátorrendszer. Kicserélési tétel. Bázis, dimenzió. Lineárisan független vektorrendszer és bázis kapcsolata. A valós-, illetve komplex rendezett szám n -esek vektortere. (A kicserélési tétel.)
2. Altér, vektorrendszer rangja. Az $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$ alakban adott, test feletti lineáris egyenletrendszer megoldhatóságának és egyértelmű megoldhatóságának szükséges és elégséges feltétele a $\dim\langle a_1, \dots, a_n \rangle$ és $\dim\langle a_1, \dots, a_n, b \rangle$ kapcsolata alapján. A Gauss-módszer. (A Gauss-módszer ismertetése.)
3. A mátrix fogalma. Műveletek mátrixokkal. Egységmátrix. A mátrix inverzének fogalma, a lehetséges inverzek száma. Test feletti lineáris egyenletrendszer mátrixszorzatos alakja és megoldhatóságának, valamint egyértelmű megoldhatóságának mátrixrangos feltétele. (A mátrix-szorzás asszociativitása.)
4. Kommutatív gyűrű elemeiből képezett négyzetes mátrix determinánsának fogalma. Mátrix és transzponáltja determinánsának kapcsolata. A kifejtési és a ferde kifejtési tétel. A determináns egy-, illetve két sorával kapcsolatos alaptulajdonságai. A determinánsok szorzástétele. (A reguláris és szinguláris mátrix invertálhatóságával kapcsolatos tétel.)
5. Test feletti mátrix rangja. Elemi átalakítások. A rangszám-tétel. A rang és az aldeterminánsok kapcsolata. (A Cramer-szabály.)
6. Mátrix sajátértékei, sajátvektorai. Szimmetrikus és ferdén szimmetrikus mátrixok. A főtengety-tétel. (A mátrix karakterisztikus egyenletének levezetése.)
7. Lineáris leképezések, lineáris transzformációk, n -dimenziós tenzorok. Lineáris leképezések és mátrixok kapcsolata. Bázistranszformáció. Vektor koordinátái és lineáris transzformáció mátrixa új bázisban. (Lineáris leképezések mátrixa.)
8. Mátrixok hasonlóságának fogalma. Hasonló mátrixok karakterisztikus egyenletének kapcsolata. Lineáris transzformációk (tenzorok) sajátértékei és sajátvektorai. Szimmetrikus lineáris transzformációk (tenzorok) sajátértékei, sajátvektorai. (Hasonló mátrixok karakterisztikus egyenletének kapcsolata.)
9. Sor és összege. Sorok általános konvergenciátételei. Nemnegatív tagú sorok. A konvergenciakritériumok. (Az általános gyökkritérium.)
10. Leibniz-sorok. Abszolút és feltételes konvergencia. Műveletek sorokkal. (A Leibniz-sor konvergenciájára vonatkozó tétel.)
11. Hatványsorok, Taylor-sorok. (A hatványsorokra vonatkozó Abel-tétel.)
12. Fourier-sorok. (Annak bizonyítása, hogy bármely $2p$ szerint periodikus $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény integrálja a -tól $a+2p$ -ig egyenlő 0 -tól $2p$ -ig vett integráljával.)
13. Többváltozós valós függvények határértéke, folytonossága, parciális differenciálhatósága. Magasabb rendű parciális deriváltak. A többváltozós valós függvények differenciálhatósága. Kapcsolat a parciális differenciálhatósággal. (A többváltozós valós függvény definíciójában szereplő d vektor egyértelműségének bizonyítása.)
14. Iránymenti differenciálhányados. Összetett függvény és parciális differenciálhatósága. Lineáris közelítés. A kétváltozós Taylor-formula. Két- és többváltozós valós függvények szélsőértékei. (Az iránymenti differenciálhányados kiszámítására vonatkozó tétel.)
15. A kettős és hármas integrál fogalma és alaptulajdonságai. Folytonos függvények kettős és hármas integrálja. (Az integrál korlátjaival kapcsolatos tétel.)
16. Sík- és térbeli polárkoordináta-rendszer, hengerkoordináta-rendszer. A kettős és hármas integrál transzformációja. Transzformálás síkbeli és térbeli polárkoordinátákkal, valamint hengerkoordinátákkal. (A térbeli polárkoordinátákra való áttérés Jacobi-determinánsa abszolút értékének kiszámítása.)